

PROJEKT REFIMAT

Výstupy ze studia – Learning Outcomes v jednotlivých kapitolách předmětu ZMAT2

Tatiana Gavalcová, Pavel Pražák, Iva vojkůvková, Jiří Haviger, 25.5.2011, revize říjen 2012

Téma 1: Množiny a reálná čísla: obsah nebo sylabus:

- Pojem množina
- Množinové vztahy a operace
- Vennovy diagramy
- Kartézský součin
- (Binární) relace
- Axiomatické vymezení množiny R

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- Vymezí pojem množina
- Zapiše definice základních množinových vztahů a operací (rovnost množin, podmnožina, průnik, sjednocení, rozdíl, doplněk)
- Vyjmenuje vlastnosti množin a De Morganovy vzorce
- Znázorní množinové vztahy a operace pomocí Vennových diagramů
- Definuje kartézský součin
- Zavede pojmy (binární) relace, (binární) relace na množině
- Objasní vlastnosti relací na množině – symetrická, antisymetrická, reflexivní, tranzitivní
- Vyjmenuje základní číselné množiny resp. číselné obory N , Z , Q a jejich vlastnosti
- Chápe význam množiny R – její spojitost a další vlastnosti, chápe axiomatickou výstavbu číselného oboru $(R, +, \cdot, \leq)$
- Objasní význam rozšíření množiny R
- Definuje interval I
- Vyjmenuje vlastnosti absolutní hodnoty reálného čísla
- Rozumí pojmům horní a dolní závora, supremum a infimum, minimum a maximum

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- Uvede příklady množin a vhodně je zapíše (výčtem jejích prvků, intervalem, charakteristickou vlastností,...)

- Nalezne prvky průniku, sjednocení, rozdílu, doplňku dvou množin, zejména speciálních množin - intervalů
- Vypíše (naznačí výpis) systému podmnožin dané n -prvkové množiny
- Využívá znázornění množinových operací a vztahů pomocí Vennových diagramů
- Zapiše prvky kartézského součinu a znázorní jej v pravoúhlé soustavě souřadnic
- Nalezne (některé) relace příslušné kartézskému součinu
- Určí vlastnosti konkrétních relací na určité množině (např. relace uspořádání, relace být podmnožinou, relace být dělitelem,...)

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- Použije Vennovy diagramy a množinové operace pro řešení úloh reálné praxe (úlohy rekreační matematiky, částečně zadané výsledky průzkumu a.j.)
- Bezpečně ovládá znázorňování v kartézské soustavě souřadnic
- Provádí operace s intervaly při zápisu řešení soustav rovnic nebo soustav nerovnic.
- Poznatky o množině R a kartézském součinu $R \times R$ chápe jako základní stavební kámen matematické analýzy – pro studium pojmu funkce

Téma 2: Zobrazení, základní vlastnosti funkcí: obsah nebo sylabus:

- Zobrazení, definiční obor a obor hodnot zobrazení, kartézský graf
- Prosté zobrazení, skládání zobrazení, inverzní zobrazení
- (Reálná) funkce (jedné reálné proměnné) - v dalším: funkce
- Zadání funkce: předpisem, tabulkou, grafem spolu s definičním oborem $D(f)$
- Součet, rozdíl, součin, podíl dvou funkcí, absolutní hodnota funkce, mocnina funkce
- Funkce rostoucí, neklesající, klesající, nerostoucí; monotonie funkce
- Funkce sudá, lichá, p -periodická
- Funkce omezená (shora, zdola)
- Maximum a minimum funkce
- Funkce prostá
- Funkce inverzní k dané funkci
- Funkce složená z několika funkcí

Výstupy ze studia, Learning Outcomes (tyto výstupy bezprostředně souvisí s výstupy ze studia v kapitole Elementární funkce):

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- Definuje zobrazení, definiční obor a obor hodnot zobrazení
- Vysvětlí pojmy prosté zobrazení, skládání zobrazení, zobrazení inverzní k danému zobrazení

- Zavede pojem funkce jako zobrazení v R
- Orientuje se v různých způsobech zadání funkce - předpisem, tabulkou, grafem
- Chápe definiční obor funkce jako nedílnou součást zadání funkce
- Definuje součet, rozdíl, součin a podíl dvou funkcí, absolutní hodnotu funkce, mocninu funkce
- Zapiše a vysvětlí základní vlastnosti funkcí (funkce rostoucí, neklesající, klesající, nerostoucí; monotonie funkce; funkce sudá, lichá, p -periodická; funkce omezená (shora, zdola); maximum a minimum funkce)
- Vysvětlí pojmy prostá funkce, funkce inverzní k dané funkci, funkce složená z několika funkcí

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- Identifikuje mezi relacemi na množině zobrazení, prostá zobrazení – a to i ze znázornění v pravouhlé soustavě souřadnic
- Najde a správně zapiše složené zobrazení, inverzní zobrazení a to zejména pro zobrazení v R (funkce)
- Pracuje s různými způsoby zadání funkce, přechází od jednoho způsobu zadání funkce k jinému způsobu zadání
- Určí na základě podmínek definiční obor funkce – rozpozná, jaké rovnice, nerovnice, nebo odpovídající soustavy rovnic nebo nerovnic, je nutné vyřešit; správně zapiše řešení těchto soustav
- Rozpozná základní vlastnosti funkcí z různých způsobů zadání funkce
- Vyjádří zápisem funkci složenou z daných funkcí, určí její $D(f)$; naopak, je schopen rozpoznat strukturu složené funkce a rozložit složenou funkci na jednotlivé složky
- Vyjádří předpis inverzní funkce k dané funkci, zakreslí graf inverzní funkce, určí definiční obor a obor hodnot inverzní funkce

Způsobnosti: po prostudování této kapitoly studující

- Korektním způsobem zdůvodní zkoumanou základní vlastnost funkce (naznačí důkaz)
- Odvodí vztahy mezi některými vlastnostmi funkcí (např. vztah mezi vlastností být prostou funkcí a být monotónní funkcí, vztah existence funkce inverzní k funkci prosté, vztah mezi vlastností být prostou funkcí a stejnou vlastností funkce inverzní k dané funkci)
- Používá získané znalosti a dovednosti v dalších oblastech kalkulu – např. pro pojmy limity a derivace funkce, průběhu funkce atd.
- Aplikuje získané znalosti a dovednosti při řešení úloh z praxe – ve funkcionálních modelech

Téma 3: Elementární funkce: obsah nebo sylabus:

- Speciální funkce: funkce absolutní hodnota, signum, celá část, Dirichletova funkce
- Konstantní funkce, identická funkce, lineární funkce
- Mocninná funkce s přirozeným exponentem, funkce n -tá odmocnina, mocninná funkce s celočíselným exponentem
- Polynomická funkce a některé vlastnosti polynomů
- Racionální funkce
- Exponenciální funkce, zejména o základu e
- Logaritmická funkce, zejména přirozený logaritmus čísla
- Goniometrické funkce
- Cyklometrické funkce

Výstupy ze studia, Learning Outcomes (tyto výstupy bezprostředně souvisí s výstupy ze studia v kapitole Základní vlastnosti funkcí):

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- Zavede jednotlivé elementární funkce – zapíše jejich předpis, určí $D(f)$, zakreslí graf:
- speciální funkce: funkce absolutní hodnota, signum, celá část, Dirichletova funkce
- konstantní funkce, identická funkce, lineární funkce
- mocninná funkce s přirozeným exponentem, funkce n -tá odmocnina, mocninná funkce s celočíselným exponentem
- polynomická funkce a některé vlastnosti polynomů
- racionální funkce
- exponenciální funkce, zejména o základu e
- logaritmická funkce, zejména přirozený logaritmus čísla
- goniometrické funkce
- cyklometrické funkce
- Vyjmenuje základní vlastnosti jednotlivých elementárních funkcí

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- Pracuje s různými způsoby zadání funkce, přechází od jednoho způsobu zadání funkce k jinému způsobu zadání
- Určí na základě podmínek definičního oboru funkce – rozpozná, jaké rovnice, nerovnice nebo odpovídající soustavy rovnic nebo nerovnic je nutné vyřešit; správně zapíše řešení těchto soustav

- Vyjádří funkce vzniklé z elementárních funkcí pomocí aritmetických operací s funkcemi, resp. složením funkcí, a naopak rozpozná strukturu funkce v zápisu z hlediska jejího vytvoření
- Využívá kartézské grafy, chápe posun grafu ve směru osy x i y , změnu měřítka atd. pro konstrukci grafu funkce
- Používá Hornerovo schéma
- Objasní vztah inverze mezi funkcí exponenciální a logaritmickou
- Objasní vztah inverze mezi funkcí goniometrickou a cyklometrickou

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- Používá získané znalosti a dovednosti v dalších oblastech kalkulu – např. u limity a derivace funkce, při stanovení průběhu funkce, při určování primitivní funkce k dané funkci atd.
- Aplikuje získané znalosti a dovednosti při řešení úloh z praxe – ve funkcionálních modelech (modelování lineárními, kvadratickými, exponenciálními funkcemi), v analýze zlomového bodu atd.
- Využívá funkcionální modely v dalších oblastech kalkulu – v optimalizačních úlohách, v aplikacích určitého integrálu, v diferenciálních rovnicích atd.

Téma 4: Limita funkce: obsah nebo sylabus:

- okolí bodu
- limita funkce
- vlastnosti limity funkce
- věty pro výpočet limit
- typové limity funkce
- výpočty limit

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- popíše pojmy úplné i prstencové okolí bodu (pomocí otevřených intervalů i jako řešení nerovnic)
- definuje pojem limita funkce v bodě, resp. pojem jednostranné limity funkce v bodě
- rozlišuje rozdíl mezi limitou v reálném bodě a limitou v nekonečnu
- zná rozdíl mezi konečnou a nekonečnou limitou
- vyjmenuje základní vlastnosti limity funkce (speciálně lokální vlastnost limity, jednoznačnost limity, o jednostranných limitách, o omezenosti funkce na okolí)
- formuluje větu o aritmetice limit (o limitě součtu, součinu a podílu funkce)
- vysvětlí větu o limitě složené funkce
- vysvětlí geometrický význam definice limity funkce

- zná základní typové limity

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- použije definici limity funkce pro ověření, že lineární funkce má v daném bodě danou hodnotu limity
- použije větu o aritmetice limit pro výpočet limit
- použije větu o limitě složené funkce pro výpočet limit

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- rozumí definici pojmu limita funkce v bodě
- na základě znalosti limity funkce v daném bodě je schopen charakterizovat chování funkce v okolí tohoto bodu
- upřesní, jak pojem limita funkce v bodě charakterizuje lokální vlastnost funkce
- dokáže lokální chování funkce zakreslit do kartézské soustavy souřadnic
- dovede použít typové limity pro výpočet zadané limity

Téma 5 (PRA): Spojitost funkce: obsah nebo sylabus:

- spjitost funkce v bodě
- spjitost součtu, součinu a podílu funkcí
- spjitost složené funkce
- spjitost funkce na intervalu
- vlastnosti spojité funkce na intervalu
- použití spjitosti funkce na intervalu

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- formuluje definici pojmu spjitost funkce v bodě
- vysvětlí pojem spojité funkce na intervalu
- vyjmenuje vlastnosti spojité funkce na intervalu (omezenost, nabývání mezihodnot, existence maxima a minima)
- popíše, jak lze použít vyjmenované vlastnosti spojité funkce na intervalu
- formuluje Bolzanovu větu o nulovém bodu funkce a větu o hodnotě spojité funkce, která na daném intervalu nulový bod nemá
- vysvětlí, jak nalézt nulový bod spojité funkce na uzavřeném intervalu

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- určí, zda je funkce v daném bodě (případně na celém intervalu) spojité nebo nespojité
- použije spjitost funkce při výpočtu limit funkce
- zdůvodní, že pro danou nelineární rovnici existuje na daném intervalu její řešení

- analyzuje, zda spojitá funkce na daném intervalu nabývá kladné nebo záporné hodnoty
- řeší rovnice v podílovém nebo v součinném tvaru

Způsobnosti: po prostudování této kapitoly studující

- vysvětlí, jak lze využít pojmu spojitost funkce při výpočtu hodnot funkce dvou blízkých hodnot nezávisle proměnné
- je schopen graficky charakterizovat spojitě a nespojitě funkce
- prokáže, že je schopen dodefinovat/ předefinovat hodnotu dané funkce v bodě, ve kterém existuje reálná limita tak, aby byla tato funkce spojitá
- rozlišuje pojmy funkční hodnota funkce, limita funkce v bodě a spojitost funkce v bodě

Téma 6: Derivace funkce: obsah nebo sylabus:

- definice derivace funkce v bodě
- rovnice tečny a normály v bodě
- derivace funkce
- věty o výpočtu derivace funkce

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- formuluje definici derivace v bodě, resp. pojem jednostranné derivace funkce v bodě
- vyjmenuje možné významy derivace funkce v bodě: hodnota směrnice tečny ke grafu funkce v daném bodě, okamžitá rychlost, mezní veličiny v ekonomii, elasticita funkce, atp.
- zná důsledek existence derivace funkce v bodě pro spojitost funkce v tomto bodě
- uvede pojem derivace funkce (na otevřeném intervalu)
- zná derivace základních funkcí
- vysvětlí, jak určit derivaci součtu, součinu a podílu funkcí
- vysvětlí, jak určit derivaci složené funkce
- popíše, jak určit derivaci inverzní funkce

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- určí derivaci jednoduchých funkcí pomocí definice derivace funkce v bodě
- vypočítá derivace zadaných funkcí pomocí vět o derivaci součtu, součinu nebo podílu funkcí
- vypočítá derivaci zadané funkce pomocí věty o derivaci složené funkce
- aplikuje větu o derivaci inverzní funkce a vypočítá derivaci vybraných funkcí
- nalezne obecnou rovnici tečny nebo normály funkce v daném bodě

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- navrhne postup, podle něhož lze určit derivaci dané funkce
- specifikuje a odůvodní jednotlivé kroky při hledání derivace dané funkce
- vysvětlí principy, podle kterých lze určit derivaci dané funkce
- interpretuje nalezené hodnoty derivace v daném bodě v závislosti na významu úlohy
- je schopen použít derivaci pro charakteristiku lokálního chování funkce v daném bodě

Téma 7: Aplikace derivací: obsah nebo sylabus:

- intervaly monotonie funkce
- intervaly konvexnosti a konkávnosti funkce
- stacionární body funkce
- extrémů funkce na uzavřeném intervalu
- lokální extrémů funkce
- inflexní body funkce
- optimalizační úlohy
- věty o střední hodnotě

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- popíše význam tečny grafu funkce v daném pro studium chování funkce v okolí tohoto bodu
- definuje stacionární body funkce
- popíše vztah mezi první derivací funkce a intervaly monotónnosti funkce
- popíše kriteria pro existenci a druh lokálních extrémů funkce
- popíše postup pro určení extrémů funkce na uzavřeném intervalu
- definuje konvexnost a konkávnost funkce na množině
- popíše vztah mezi druhou derivací funkce a konvexností a konkávností funkce v bodě, na množině
- definuje inflexní body funkce
- popíše kriteria pro určení inflexních bodů funkce
- reprodukuje Rolleovu, Lagrangeovu a Cauchyovu větu o střední hodnotě a deklaruje podmínky, za kterých uvedené věty platí

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- určí rovnici tečny grafu funkce v daném bodě, případně rozhodne o její neexistenci v některých bodech
- určí intervaly monotonie funkce
- určí stacionární body funkce

- určí body, v nichž neexistuje derivace funkce
- určí intervaly konvexnosti a konkávnosti funkce
- určí inflexní body funkce
- rozhodne pomocí kritérií o existenci lokálních extrémů funkce, určí jejich druh a určí extrémální hodnoty funkce
- určí extrémy funkce na uzavřeném intervalu

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- aplikuje získané znalosti a dovednosti v problematice jednorozměrných optimalizačních úloh a vhodně interpretuje získané výsledky

Téma 8: Aproximace funkce: obsah nebo sylabus:

- diferenciál funkce
- Taylorův polynom funkce
- McLaurinův polynom funkce

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- definuje diferenciál funkce v daném bodě
- definuje Taylorův polynom pro danou funkci a daný bod
- definuje asymptotu (se směrnicí, bez směrnice) funkce

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- určí diferenciál funkce v daném bodě
- určí McLaurinův polynom funkce
- určí Taylorův polynom funkce v daném bodě
- určí asymptotu (se směrnicí, bez směrnice) funkce, případně rozhodne o její neexistenci

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- aplikuje získané znalosti a dovednosti pro odhady hodnot funkce pomocí diferenciálu
- aplikuje získané znalosti a dovednosti pro aproximaci funkcí polynomem daného stupně

Téma 9: Průběh funkce: obsah nebo sylabus:

- definiční obor funkce
- limity v krajních bodech definičního oboru funkce, v jiných specifických bodech (i mimo definiční obor funkce)

- nulové body funkce
- intervaly, na kterých je funkce nabývá kladných/záporných hodnot
- specifické vlastnosti funkce - sudost, lichost, periodičita, omezenost
- intervaly spojitosti funkce, body nespojitosti
- derivace funkce a její definiční obor
- intervaly monotonie funkce
- stacionární body funkce
- druhá derivace funkce a její definiční obor
- lokální extrémy funkce
- intervaly konvexnosti/konkávnosti funkce
- inflexní body funkce
- asymptoty funkce se směrnicí / bez směrnice

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- je schopen vyjmenovat souhrn vlastností funkce, které se u funkce, resp. jejího grafu zkoumají použitím kalkulu, zejména derivací, a chápe význam těchto vlastností pro charakterizaci funkce a jejího grafu

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující použitím pojmového a výpočetního aparátu:

- určí definiční obor funkce
- určí limity v krajních bodech definičního oboru funkce, v jiných specifických bodech (i mimo definiční obor funkce)
- určí nulové body funkce, případně rozhodne o jejich počtu nebo neexistenci
- určí intervaly, na kterých je funkce nabývá kladných/záporných hodnot
- rozhodne, zda má funkce některou ze specifických vlastností - sudost, lichost, periodicitu, omezenost
- určí intervaly, na kterých je funkce spojitá, případně charakter bodů nespojitosti
- určí derivaci funkce a definiční obor derivace funkce
- určí intervaly, na kterých je funkce rostoucí / klesající
- určí stacionární body funkce
- určí druhou derivaci funkce a definiční obor druhé derivace funkce
- rozhodne o existenci lokálních extrémů funkce a o jejich druhu
- určí intervaly, na kterých je funkce konvexní / konkávní
- určí inflexní body funkce
- určí asymptoty (se směrnicí, bez směrnice) funkce, případně rozhodne o jejich neexistenci

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- aplikuje znalosti a dovednosti při sestavení grafu funkce a popisu jejích význačných jejích význačných vlastností

Téma 10: Primitivní funkce; obsah nebo sylabus:

- Pojem primitivní funkce k funkci dané na množině M
- Existence a počet primitivních funkcí k dané funkci
- Určení množiny všech funkcí primitivních k dané funkci neboli neurčitého integrálu funkce dané na nějaké množině, symbolický zápis
- Výpočet primitivních funkcí k elementárním funkcím, tabulka základních primitivních funkcí
- Vlastnosti funkcí primitivních k dané funkci na určité množině, zejména linearita primitivní funkce

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- Definuje pojem funkce primitivní k funkci dané na množině M
- Rozumí principu existence a počtu funkcí primitivních k funkci dané na nějaké množině na bázi operátora derivování
- Je schopen sestavit tabulku neurčitých integrálů elementárních funkcí a interpretovat význam jejího obsahu
- Vyjmenuje funkce primitivní k elementárním funkcím na základě definice nebo ekvivalentně na základě operace derivování elementárních funkcí
- Chápe princip linearity neurčitého integrálu zejména v souvislosti s linearitou operátora derivování reálné funkce

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- Nalezne funkce primitivní k funkci dané na určité množině na základě definice a je schopen použít k tomu relevantní symbolické označování
- Je schopen verifikovat, zda jeho postup vedl k určení primitivní funkce
- Je schopen uplatnit princip linearity zejména k určování primitivních funkcí

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- Je schopen v jednoduchém problému identifikovat nutnost použití integrování
- Je schopen vyřešit tento problém pomocí integrování a ověřit správnost jeho řešení

Téma 11: Metody integrování; obsah nebo sylabus:

- Metoda per partes (integrování po částech)
- Integrování substitucí: první a druhá věta o substituci, princip substituce
- Typické substituce (zejména pro iracionální funkce, pro goniometrické funkce, pro funkce utvořené aritmetickými operacemi z exponenciálních funkcí, logaritmických funkcí)
- Některé užitečné specifické substituce

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- Získá znalost o metodách výpočtů neurčitých integrálů, zejména o metodě per partes a o integrování substitucí na základě dvou vět o substituci
- Rozumí principu použití specifické substituce a strukturně rozlišuje použití substituce podle typu podintegrální funkce

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- Vypočítá neurčitý integrál metodou per partes, umí použít integrování metodou substituce podle některého ze dvou pravidel o substituci
- Určí typ podintegrální funkce a stanoví výběr substituční metody

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- Je schopen v jednoduchém problému identifikovat nutnost použití integrace
- Je schopen identifikovat typ podintegrální funkce za účelem volby metody integrování
- Je schopen vyřešit tento problém pomocí relevantní integrační metody a usoudit, zda zvolená metoda vedla k nalezení funkce primitivní k dané funkci

Téma 12: Integrování racionálních funkcí; obsah nebo sylabus:

- Definice racionální funkce, její definiční obor
- Nulové body polynomicke funkce, jejich počet a některé metody jejich určování
- Souvislost existence nulových bodů polynomicke funkce a jejího rozkladu funkce na součin polynomickech funkcí nižších stupňů
- Hornerovo schema a jeho použití pro rozklad polynomicke funkce na součin polynomů nižších stupňů, na testování hodnoty polynomicke funkce v daném čísle
- Funkce ryze/ne ryze racionální
- Dělení polynomů a úprava racionální funkce na součet celé funkce a ryze racionální funkce, algoritmus dělení

- Nejjednodušší ryze racionální funkce: parciální (elementární) zlomky, 4 typy parciálních zlomků, jejich tvar
- Věta o rozkladu ryze racionální funkce na součet parciálních zlomků; určování rozkladu metodou neurčitých koeficientů, metodou nulových bodů jmenovatele racionální funkce
- Integrace parciálních zlomků
- Význam znalosti o integrování racionálních funkcí

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- Umí definovat racionální funkci a usuzovat na její základní vlastnosti, zejména definiční obor
- Stanoví existenci a počet nulových bodů jednoduchých polynomických funkcí
- Podá princip rozkladu polynomu na součin vhodných polynomů nižších stupňů pomocí vhodných metod, uplatní Hornerovo schema
- Umí identifikovat další vlastnosti racionálních funkcí: body nespojitosti a jejich počet, nulové body jmenovatele zlomku – polynomické funkce
- Definuje funkce ryze/ne ryze racionální a pomocí algoritmu dělení polynomů popíše úpravu racionální funkce na součet celé funkce a ryze racionální funkce
- Definuje 4 typy parciálních (elementárních) zlomků a určí primitivní funkce k těmto nejjednodušším racionálním funkcím
- Formuluje větu o rozkladu ryze racionální funkce na součet parciálních zlomků a interpretuje její význam
- Popíše postup rozložení ryze racionální funkce na součet parciálních zlomků metodou neurčitých koeficientů, metodou nulových bodů jmenovatele racionální funkce
- Popíše určování primitivní funkce k racionální funkci pomocí jednotlivých kroků popsaného algoritmu
- Popíše princip zavedení substituce v některých typech neurčitých integrálů vedoucí na transformaci dané funkce na funkci racionální a tím také určení primitivní funkce k daným funkcím

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- Nalezne rozklad polynomu na součin vhodných polynomů nižších stupňů pomocí vhodných metod, uplatní Hornerovo schema
- Rozlišuje funkce ryze/ne ryze racionální a pomocí algoritmu dělení polynomů upraví racionální funkci na součet celé funkce a ryze racionální funkce
- Určí primitivní funkce ke každé racionální funkci, jež patří mezi 4 typy parciálních (elementárních) zlomků
- Nalezne rozklad ryze racionální funkce na součet parciálních zlomků a je schopen ověřit platnost hodnot nalezených koeficientů rozkladu (na principu

metody neurčitých koeficientů, metody nulových bodů jmenovatele racionální funkce)

- Určí primitivní funkci k racionální funkci pomocí jednotlivých kroků popsaného algoritmu integrováním součtu parciálních zlomků

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- Je schopen v jednoduchém problému identifikovat nutnost použití integrace (ryze, ne ryze) racionální funkce
- Je schopen vyřešit tento problém pomocí relevantní integrační metody, rozkladem ryze racionální funkce na součet parciálních zlomků a integrováním těchto parciálních zlomků, a usoudit, zda zvolená metoda vedla k nalezení funkce primitivní k dané funkci
- Je schopen rozpoznat sled a nutnost kombinování metod algebry a kalkulu na rozložení problému na kroky i na následné řešení problému, získá vhled do principu řešení specifického problému pomocí algoritmické metody

Výstupy ze studia – Learning Outcomes v jednotlivých kapitolách předmětu ZMAT2

Tatiana Gavalcová, Pavel Pražák, Iva vojkůvková, 7.4.2011

Téma 1: Určitý integrál; obsah nebo sylabus:

- Newton-Leibnizova formule
- Metody výpočtů: substituce, per partes
- Geometrický a fyzikální význam, zejména plošný obsah $A(O)$ oblasti O
- Aplikace v ekonomii, v dalších oblastech
- Celková změna veličiny dané jako míra změny jiné veličiny
- Vlastnosti určitého integrálu, zejména aditivita
- Střední hodnota funkce na intervalu, použití

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující:

- Získá znalost o určitém integrálu jako o pojmu předpokládajícím princip kumulativnosti studované funkce, jenž je antiderivací k nějaké funkci dané na uzavřeném intervalu
- Určí podstatné vlastnosti určitého integrálu, zejména aditivitu
- Formuluje geometrický a fyzikální význam určitého integrálu
- Rozumí použití určitého integrálu pro kvantifikaci veličin v ekonomii
- Získá znalost o metodách výpočtů v této oblasti
- Má vhled do pojmových konstrukcí vedoucích k formulaci určitého integrálu

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující:

- Vypočítá určitý integrál dané funkce a odhadne/kvantifikuje tuto veličinu v závislosti na zvoleném nebo daném intervalu
- Na základě kalkulu určí celkovou změnu veličiny dané jako míra změny a interpretuje tuto numerickou hodnotu v geometrickém nebo fyzikálním kontextu
- Určí kvantitativně plošné obsahy rovinných útvarů, střední (průměrnou) hodnotu závislé veličiny, další veličiny
- Provede pojmovou konstrukci založenou na součtech vedoucí k určitému integrálu
- Má vhled do principu použití existujících softwarových prostředků vhodných pro studovanou oblast

Způsobilosti: po absolvování studia této kapitoly studující:

- Je schopen vyjádřit jednoduchý problém pomocí matematického modelu založeného na použití určitého integrálu a interpretovat výstupy tohoto modelu
- Identifikuje vlastnosti zkoumané veličiny podstatné pro použití kalkulu - operace integrování v určitém konečném intervalu

Téma 2: Soustavy lineárních rovnic; obsah nebo sylabus:

- Soustava m lineárních rovnic o n neznámých
- Rozšířená matice soustavy
- Elementární řádkové úpravy matice
- GEM resp. JEM
- Frobeniova věta
- Homogenní soustavy rovnic
- Cramerovo pravidlo

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- Určí „rozměr“ soustavy lineárních rovnic, pojmenuje neznámé, koeficienty
- Zapíše matici soustavy a rozšířenou matici soustavy
- Vyjmenuje elementární řádkové úpravy (ERO)
- Popíše metodu GEM resp. JEM
- Vysvětlí pojem ekvivalentnosti soustav rovnic/odpovídajících matic
- Definuje horní trojúhelníkovou resp. diagonální matici
- Vysvětlí význam Frobeniovy věty
- Definuje pojem homogenní soustava rovnic
- Napíše determinant soustavy a determinanty pro jednotlivé neznámé odvozené z determinantu soustavy

- Popíše postup řešení soustavy lineárních rovnic pomocí Cramerova pravidla
- Zapiše soustavu rovnic v maticové interpretaci jako $A \cdot x = B$
- Definuje pojem regulární/singulární matice

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- Řeší soustavu rovnic zvolenou metodou
- Využívá při GEM resp. JEM odpovídající ERO
- Nalezne všechna řešení soustavy homogenních rovnic
- Objasní při řešení pomocí Cramerova pravidla případ $\det A = 0$, analogicky při maticovém řešení soustavy lineárních rovnic případ neexistence inverzní matice A^{-1}
- Odhadne v odpovídající fázi výsledek dosažený zvolenou metodou – soustava má jediné řešení/soustava nemá řešení/soustava má nekonečně mnoho řešení, objasní ho pomocí Frobeniovy věty
- Vyjádří řešení soustavy ve vhodném tvaru

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- Aplikuje vhodné postupy při řešení úloh z praxe (např. rozvrhování výroby, směšovací úlohy, řešení sítí, úlohy z analytické geometrie)
- Použije pro matematický model reálné situace odpovídající soustavu lineárních rovnic
- Navrhne vhodnou metodu pro řešení sestavené soustavy lineárních rovnic
- Interpretuje výsledek s ohledem na reálnou situaci (např. požadavek nezápornosti, celočíselnosti řešení)
- Diskutuje řešitelnost soustav lineárních rovnic s reálným parametrem v závislosti na hodnotách parametru

Téma 3: Matice a determinanty; ; obsah nebo sylabus:

- Obdélníková matice typu $m \times n$, čtvercová matice typu $n \times n$
- Speciální matice – jednotková, nulová, diagonální, matice transponovaná k dané matici, horní trojúhelníková, permutační
- Operace s maticemi (rovnost, součet, rozdíl, násobení číslem)
- Násobení matic
- Inverzní matice k dané matici
- Maticové rovnice
- Determinant čtvercové matice
- Sarrusovo pravidlo
- Rozvoj determinantu podle řádku/sloupce – subdeterminant, minor
- Vlastnosti determinantu

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- Definuje obdélníkovou/čtvercovou matici
- Uvede matice speciálních typů
- Popíše operace s maticemi
- Zapiše prvek c_{ij} součinné matice $C = A \cdot B$
- Vysvětlí postup vedoucí k nalezení inverzní matice
- Určí symbolickým zápisem řešení maticové rovnice
- Definuje determinant (induktivně/pomocí permutací)
- Reprodukuje Sarrusovo pravidlo
- Vysvětlí rozvoj determinantu podle řádku/sloupce
- Vyjmenuje vlastnosti determinantů

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- Vyjádří matici transponovanou k dané matici
- Provádí základní operace s maticemi
- Vypočte součin matic
- Nalezne inverzní matici pomocí úprav „dvojmatice“ na bázi metody GEM
- Řeší maticové rovnice
- Vypočte determinant matice Sarrusovým pravidlem
- Rozepíše a vypočte determinant rozvojem podle řádku/sloupce
- Upraví a vypočte determinant s využitím vlastností determinantů
- Nalezne inverzní matici pomocí subdeterminantů původní matice

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- Aplikuje poznatky o maticích a determinantech při řešení úloh z praxe (např. statistika, teorie grafů, geometrické transformace)
- Použije poznatky o maticích a determinantech v dalších úlohách lineární algebry i matematické analýzy

Téma 4: Lineární prostory, 1. část; obsah nebo sylabus:

- Struktura řešení homogenní soustavy lineárních rovnic $A \cdot x = b$
- Definice lineární kombinace vektorů, aritmetických vektorů, prvků určité množiny obecně
- Definice lineárního prostoru, lineárního prostoru aritmetických vektorů $V_n(\mathbb{R})$, operace s aritmetickými vektory
- Definice lineárního podprostoru v lineárním prostoru, příklady a význam, množinové operace s lineárními podprostory

- Definice lineárního obalu dané množiny vektorů, význam
- Speciální lineární podprostory v lineárním prostoru obecně
- Generátory lineárního prostoru, definice, použití, významné množiny generátorů

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující:

- Má znalost o struktuře obecně – o množině s operacemi, speciálně o lineární struktuře ve smyslu lineárního prostoru a o její axiomatické výstavbě
- Sumarizuje strukturovaně axiomy lineárního prostoru
- Získá znalost o použití výpočetního aparátu používaného v lineárním prostoru obecně a princip operací s vektory v lineárním prostoru, speciálně v lineárním prostoru aritmetických vektorů $V_n(\mathbb{R})$
- Definuje pojem lineární kombinace vektorů, je schopen pomocí lineární kombinace popsat strukturu řešení homogenní soustavy lineárních rovnic $A \cdot x = 0$
- Definuje pojem lineárního podprostoru v lineárním prostoru
- Určí množinové vztahy mezi lineárními podprostory v daném lineárním prostoru
- Má znalost o pojmu lineární obal dané množiny
- Má znalost o generátorech lineárního podprostoru a o pojmu generování podstruktury v lineárním prostoru

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující:

- Rozhodne použitím pojmového a výpočetního aparátu a na základě axiomů, zda daná struktura tvoří/netvoří lineární prostor
- Použitím pojmového a výpočetního aparátu rozhodne, zda vektor je/není lineární kombinací jiných vektorů a vyvodit z toho důsledky
- Určí použitím pojmového a výpočetního aparátu, zda daná struktura tvoří lineární podprostor v daném lineárním prostoru, případně ji charakterizuje geometricky
- Identifikuje význačné lineární podprostory ve význačných, obvykle používaných lineárních prostorech, a určí jejich uspořádanou strukturu v případech lineárních prostorů aritmetických vektorů
- Rozhodne použitím pojmového a výpočetního aparátu, zda daná struktura je lineárním obalem dané množiny; zkonstruuje lineární obal dané množiny vektorů
- Zjistí použitím pojmového a výpočetního aparátu, zda daná množina tvoří/netvoří generátory lineárního prostoru a stanoví vlastnosti její podmnožin

Způsobilosti: po absolvování studia této kapitoly studující:

- Je schopen identifikovat vlastnosti zkoumaných veličin podstatných pro zavedení a výběr základních pojmů a prostředků z aparátu lineárních struktur

- Je schopen vyjádřit jednoduchý problém pomocí matematického modelu založeného na použití lineární struktury a interpretovat výstupy tohoto modelu

Téma 5: Lineární prostory, 2. část; obsah nebo sylabus:

- Lineární závislost, lineární nezávislost vektorů, vlastnosti, dědičnost
- Kriteria lineární závislosti, lineární nezávislosti dané množiny vektorů, speciálně vektorů v lineárním prostoru $V_n(\mathbb{R})$
- báze lineárního prostoru, lineární prostory s bází, báze v lineárním prostoru aritmetických vektorů $V_n(\mathbb{R})$, speciálně jednotková (kanonická) báze lineárního prostoru $V_n(\mathbb{R})$
- dimenze lineárního prostoru (konečná, nekonečná)
- souřadnice daného vektoru v dané bázi lineárního prostoru
- matice přechodu od báze k bázi

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující:

- Získá znalost o relaci lineární závislost, lineární nezávislost vektorů v lineárním prostoru, o vlastnostech této relace, o kriteriích lineární závislosti, lineární nezávislosti
- Získá znalost o pojmu lineární závislost, lineární nezávislost vektorů speciálně v lineárním prostoru aritmetických vektorů $V_2(\mathbb{R})$, $V_3(\mathbb{R})$ i z geometrického hlediska
- Získá znalost o pojmu báze lineárního prostoru a základní přehled o lineárních prostorech s bází (konečnou, nekonečnou), o dimenzi lineárního prostoru
- Získá znalost o rolích báze lineárního prostoru, zejména o souřadnicích prvků v dané bázi, o vztahu báze ke množině generátorů lineárního prostoru
- Získá znalost o tom, jak vybrat bázi lineárního prostoru a přejít k jiné bázi téhož lineárního prostoru
-

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující:

- Použitím pojmového a výpočetního aparátu v lineárním prostoru rozhodne o lineární závislosti, lineární nezávislosti dané množiny prvků, o lineární závislosti, lineární nezávislosti dané množiny speciálně zvolených prvků
- Vybere a uplatní vhodná kriteria pro rozhodování o lineární závislosti, lineární nezávislosti dané množiny vektorů, odvodí z toho důsledky zejména v lineárním prostoru $V_2(\mathbb{R})$, $V_3(\mathbb{R})$
- Rozhodne pomocí pojmů a prostředků aparátu lineárních struktur, zda daná množina vektorů tvoří/netvoří bázi lineárního prostoru
- Rozlišuje mezi generátory a bází lineárního prostoru a vyvozuje z toho důsledky
- Určí souřadnice daného vektoru v dané bázi lineárního prostoru a stanoví matici přechodu od báze k jiné bázi lineárního prostoru

- Stanoví dimenzi lineárního prostoru a argumentuje, zda je tato dimenze konečná nebo nekonečná

Způsobilosti: po absolvování studia této kapitoly studující:

- Je schopen identifikovat vlastnosti zkoumaných veličin podstatných pro zavedení a výběr základních pojmů a prostředků z aparátu lineárních struktur
- Je schopen vyjádřit jednoduchý problém pomocí matematického modelu založeného na použití lineární struktury a interpretovat výstupy tohoto modelu

Téma 6: Lineární zobrazení, 1. část; obsah nebo sylabus:

- Definice lineárního zobrazení T , základní vlastnosti (prosté, ne prosté, na)
- Specifická lineární zobrazení mezi lineárními prostory aritmetických vektorů
- Základní tvrzení o lineárním zobrazení, matice lineárního zobrazení, princip jejího určení (případ zobrazování prvků báze, zobrazování prvků - vzorů v lineárním prostoru obecně) a použití matice lineárního zobrazení (korespondence vzory-obrazy)
- Jádro $\text{Ker } T$ lineárního zobrazení T , jeho definice, vlastnosti, určení a použití

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující:

- Získá znalost o lineárních zobrazeních a jejich obecných i specifických vlastnostech, získá vhled do použití lineárních zobrazení mezi dvěma lineárními prostory aritmetických vektorů konečné dimenze
- Reprezentuje jednoznačně lineární zobrazení s určitými vlastnostmi mezi dvěma lineárními prostory konečných dimenzí pomocí speciální matice s odpovídajícími vlastnostmi
- Určí, zda lineární zobrazení je prosté, ne prosté
- Definuje jádro lineárního zobrazení $\text{Ker } T$, stanoví význam $\text{Ker } T$ a získá znalost o metodách, jimiž je možné vlastnosti zobrazení T určovat

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující:

- Použitím pojmového a výpočetního aparátu lineární algebry v lineárním prostoru určí lineární zobrazení (analytickým předpisem, jiným ekvivalentním způsobem)
- Pomocí prostředků lineární algebry nebo pomocí operací v lineárním prostoru manipuluje účelně s prvky lineárního prostoru jako se vzory nebo obrazy v lineárním zobrazení
- Určí algebraickými metodami, zda dané lineární zobrazení je prosté, není prosté a použije k tomu účelně $\text{Ker } T$; zda lineární zobrazení je nebo není zobrazením na lineární prostor nebo pouze na jeho část
- Určí vlastnosti $\text{Ker } T$ jako lineárního podprostoru v zobrazovaném lineárním prostoru

- Určí matici lineárního zobrazení za speciálních nebo obecných podmínek a podle vlastností této matice dedukuje vlastnosti lineárního zobrazení i obráceně

Způsobilosti: po absolvování studia této kapitoly studující:

- Získá vhled do oblastí použití lineárních zobrazení, zejména do zobrazování 2D nebo 3D scény
- Je schopen vyjádřit jednoduchý problém pomocí matematického modelu založeného na použití pojmů a aparátu lineárního zobrazení mezi lineárními prostory a interpretovat výstupy tohoto modelu
- Získá schopnost interpretovat základní pojmy a vztahy pro lineární zobrazení ekvivalentními matematickými prostředky: jednak množinovou terminologií zobrazení a jejich vlastností, jednak odpovídajícími maticemi a maticovou algebrou

Téma 7: Lineární zobrazení, 2. část; obsah nebo sylabus:

- Operace s lineárními zobrazeními $T_1, T_2 : L_1 \rightarrow L_2$ (součet, násobek, složené zobrazení) a jejich vlastnosti; odpovídající matice těchto lineárních zobrazení
- Lineární zobrazení inverzní k danému lineárnímu zobrazení, jeho existence, jednoznačnost a určení (pomocí matice lineárního zobrazení)
- Vlastní čísla a vlastní vektory matic, definice, vlastnosti, použití; jejich určení pomocí charakteristické rovnice a charakteristického polynomu dané čtvercové matice

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující:

- Získá znalost o tvoření nových lineárních zobrazení z daných lineárních zobrazení, o principu zachování linearitě nově utvořených zobrazení
- Získá znalost o existenci, linearitě a o jednoznačnosti zobrazení inverzního k danému lineárnímu zobrazení, o jeho určení a jeho vyjádření maticí lineárního zobrazení
- Na základě definice získá znalost o vlastních vektorech, vlastních číslech dané matice a o jejich významu, zejména v kontextu lineárního zobrazení reprezentovaného příslušnou maticí

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující:

- Používá pojmový a výpočetní aparát lineární algebry v lineárních prostorech pro uplatnění principu linearitě platném pro lineární zobrazení
- Pomocí prostředků lineární algebry určí matice lineárních zobrazení odvozených z daných lineárních zobrazení

- Stanoví podstatné vlastnosti lineárních zobrazení odvozených z daných lineárních zobrazení, a to pomocí prostředků lineární algebry nebo pomocí operací v lineárním prostoru
- Pomocí metod lineární algebry, pomocí charakteristického polynomu a charakteristické rovnice patřící k dané matici určí vlastní čísla a vlastní vektory dané čtvercové matice a odvozuje jejich vlastnosti

Způsobilosti: po absolvování studia této kapitoly studující:

- Je schopen vyjádřit jednoduchý problém pomocí matematického modelu založeného na použití pojmů a aparátu lineárního zobrazení mezi lineárními prostory a interpretovat výstupy tohoto modelu, je schopen včlenit do uvažování i vlastní čísla a vlastní vektory čtvercových matic
- Získá schopnost interpretovat základní pojmy, vztahy, operace s lineárními zobrazeními (i utvořenými z daných lineárních zobrazení) ekvivalentními matematickými prostředky: jednak množinovou terminologií zobrazení a jejich vlastnostmi, jednak odpovídajícími maticemi a maticovou algebrou

Téma 8: Funkce několika reálných proměnných; obsah nebo sylabus:

- funkce několika proměnných
- charakteristika množin (otevřená, uzavřená, hranice množiny, kompaktní, oblast)
- derivace a diferenciál funkce několika proměnných
- kvadratické formy a jejich klasifikace
- lokální extrémů funkce a absolutní extrémů funkce na množině

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- definuje funkci několika reálných proměnných a vysvětlí pojem definiční obor funkce
- charakterizuje graf funkce a vysvětlí význam vrstevnic funkce (pro funkce 2 proměnných)
- popíše a rozliší otevřené množiny, uzavřené množiny a hranice množin,
- zná pojmy kompaktní množina a oblast
- vysvětlí pojmy limita funkce několika proměnných a spojitost funkce několika proměnných
- definuje pojmy parciální derivace funkce, diferenciál funkce, derivace funkce, gradient funkce
- napíše rovnici tečné roviny ke grafu funkce v daném bodě a popíše význam tečné roviny
- identifikuje stacionární body funkce

- charakterizuje lokální a absolutní extrémy funkce

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- stanoví podmínky pro definiční obor funkce a nalezne definiční obor zadané funkce několika proměnných
- znázorní vrstevnice vybraných funkcí dvou proměnných
- rozezná odlišnosti a souvislosti pojmů limita funkce a spojitost funkce
- vypočítá parciální derivace funkce, derivaci funkce a diferenciál funkce
- nalezne obecnou rovnici tečné roviny pro funkci dvou reálných proměnných
- určí stacionární body funkce několika proměnných a rozliší, zda v těchto má funkce lokální maximum, lokální minimum nebo sedlový bod
- nalezne absolutní extrémy diferencovatelné funkce na jednoduchých kompaktních množinách

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- analyzuje funkce několika proměnných a jejich vlastnosti
- používá pojem diferenciál pro výpočet hodnot funkcí a rozumí jeho významu
- chápe význam funkcí několika proměnných v optimalizačních úlohách

Téma 9: Obyčejné diferenciální rovnice; obsah nebo sylabus:

- obyčejná diferenciální rovnice, její řešení obecné, řešení partikulární
- počáteční úloha a její řešení
- diferenciální rovnice se separovanými proměnnými a metoda jejich řešení,
- diferenciální rovnice lineární (prvního a druhého řádu) a metody jejich řešení,
- lineární diferenciální rovnice se speciální pravou stranou

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- popíše obyčejnou diferenciální rovnici, počáteční úlohu a charakterizuje řešení těchto problémů
- rozliší diferenciální rovnice se separovanými proměnnými a lineární diferenciální rovnice prvního řádu
- reprodukuje postup řešení diferenciálních rovnic se separovanými proměnnými
- provede postup řešení lineárních diferenciálních rovnic prvního řádu a popíše metodu variace konstanty
- identifikuje lineární diferenciální rovnice vyššího řádu s konstantními koeficienty a charakterizuje vlastnosti obecného řešení tohoto problému

(obecné řešení přidružené homogenní diferenciální rovnice a partikulární řešení nehomogenní diferenciální rovnice)

- reprodukuje postup řešení lineárních diferenciálních rovnic vyššího řádu

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- nalezne obecné řešení diferenciálních rovnic se separovanými proměnnými
- nalezne partikulární řešení diferenciálních rovnic se separovanými proměnnými
- určí obecné řešení lineárních diferenciálních rovnic prvního řádu
- nalezne partikulární řešení lineárních diferenciálních rovnic zadaných jako počáteční úloha
- vypočítá obecné řešení přidružené lineární diferenciální rovnice vyššího řádu s konstantními koeficienty
- odhadne partikulární řešení lineární diferenciální rovnice vyššího řádu s konstantními koeficienty a speciální pravou stranou

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- navrhne a aplikuje vhodnou metodu pro řešení zadané diferenciální rovnice
- rozlišuje obecné a partikulární řešení diferenciální rovnice
- diskutuje řešitelnost diferenciálních rovnic s ohledem na existenci a jednoznačnost řešení
- rozpozná význam obyčejných diferenciálních rovnic jako matematických modelů pro přírodní i společenské jevy (exponenciální a logistické modely)
- interpretuje získaná řešení diferenciálních rovnic a identifikuje vlastnosti nalezených řešení

Výstupy ze studia – Learning Outcomes v jednotlivých kapitolách předmětu aplikovaná statistika (APSTA)

Hana Skalská, kompletace návrhu duben 2011, revize září – říjen 2012

1. Testy statistických hypotéz

Cíle:

Porozumět principu statistického rozhodovacího postupu, který spočívá na zobecňování (inferenci) a využití informace z dat *pro vytváření úsudku a pro řešení problému.*

Seznámit se základními pojmy a postupy testováním hypotéz.

Formulaci statistických hypotéz.**Pojem výběrového rozdělení testového kritéria.**

Princip rozhodovacího pravidla.

Chyby při testování hypotéz, sílu testu.

Souvislost mezi chybami testování hypotéz a rozsahem výběru.

Princip stanovení a použití přesné pravděpodobnosti.

Postup testování hypotéz a možnosti rozhodovacího pravidla.**Výstupy ze studia**

Klíčové pojmy

parametr	hypotézy jednostranné	chyba I. a II. druhu
(výběrová) statistika	test hypotézy	hladina významnosti
hypotéza nulová	testové kritérium	oblast zamítání H_0
hypotézy alternativní	kritická hodnota	kvantil a percentil
hypotéza dvoustranná	kritická oblast	přesná hladina významnosti p

Znalosti, které student získá prostudováním této kapitoly:

Vysvětlí statistický rozhodovací problém a princip rozdělení testového kritéria.

Popíše, jak se stanoví kritická oblast jednostranné a dvoustranné alternativy.

Porozumí chybám, ke kterým dochází při testování hypotéz a souvislosti mezi nimi.

Popíše kroky statistického rozhodovacího postupu.

Seznámí se s rozdílem mezi testy parametrickými a neparametrickými.

Porozumí použití p hodnoty v testech hypotéz

Dovednosti, které student získá:

Porozumí úlohám inferenční statistiky a charakterizuje jejich dva typy.

Pro slovně zadanou úlohu vyjádří domněnky (hypotézy) o parametrech formou statistických hypotéz, popíše je symbolicky i slovně.

Formálně správně zapíše a schematicky navrhne jednotlivé kroky testování hypotéz.

Naučí se aplikovat obě rozhodovací pravidla pro rozhodnutí o hypotézách.

Popíše a schematicky zobrazí princip stanovení p – hodnoty testu.

Závěry o testech aplikuje na reálnou situaci (výsledky interpretuje).

Rozlišuje mezi chybami I. a II. druhu, obě chyby dovede charakterizovat, jejich vznik popsat.

Způsobnosti získané prostudováním této kapitoly:

Osvojení metodiky testování hypotéz podle standardního postupu: Formulovat slovně hypotézu o studovaném ději, převést na statistickou hypotézu, navrhnout postup ověření, aplikovat rozhodovací pravidla, formulovat a interpretovat závěry testu, vysvětlit rizika a chyby rozhodnutí o hypotézách. Integrace poznatků o reálném ději s možností využití statistických postupů pro vytváření nových poznatků.

Rozlišení mezi statistickou významností a věcnou významností.

2. Testy hypotéz pro jeden výběr

Cíle:

Vysvětlit jednovýběrové testy hypotéz o neznámé střední hodnotě, kdy měřený znak je kvantitativní. Pro znak binární (kvalitativní) testovat hypotézu o neznámém parametru π binomického rozdělení.

Klíčové pojmy

Výzkumná hypotéza, statistická hypotéza	hypotéza o parametru π binomického rozdělení	síla testu
rozdělení testového kritéria	limitní test	silofunkce
hypotéza o střední hodnotě	kritický obor	distribuční funkce
kvantil normálního rozdělení	kvantil Studentova rozdělení	statisticky významný rozdíl

Výstupy ze studia

Znalosti, které student získá prostudováním této kapitoly:

Na základě dvou typů úloh porozumí logice využití dat výběru pro zobecnění.

Formuluje předpoklady limitních testů o střední hodnotě a podílu.

Pochopí princip přesného testu o parametru binomického rozdělení.

Osvojí si poznatky týkající se souvislosti mezi zvolenou hladinou významnosti, chybou II. druhu a rozsahem výběru.

Dovednosti, které student získá:

Formuluje jednovýběrové hypotézy pro dva typy parametrů (střední hodnota a pravděpodobnost).

Zvolí vhodný test, formuluje a ověří předpoklady testu, použije vlastnosti pravděpodobnostního modelu testového kritéria.

Použije data výběru a testuje hypotézu

Pro neznámé parametry (střední hodnotu a pravděpodobnost binárního jevu) dovede pomocí dat jednoho výběru rozhodnout, zda výběr je z populace s danou hodnotou parametru. Umí použít vzorce a formálně správně provede testy hypotéz.

Formuluje a ověří základní předpoklady limitních testů.

Stanoví kritický obor testu, jehož testové kritérium má normované normální rozdělení.

Stanoví kritický obor testu, jehož testové kritérium má t – rozdělení.

Jednotlivé testy počítá (má k dispozici vzorce, které nememoruje). Dodržuje standardní postup počínaje zápisem hypotéz až po vysvětlení výsledků.

Naučí se využívat příslušné funkce Exelu (distribuční funkce a inverzní funkce pro normální rozdělení a pro t – rozdělení) pro rozhodnutí o hypotéze pro jednostrannou i dvoustrannou alternativu.

Pro daný výsledek (hodnotu testového kritéria) testu vysvětlí (slovně i pomocí obrázku) principiální rozdíl mezi oběma rozhodovacími postupy (chyba I. druhu, hodnota p , testové kritérium, rozhodovací pravidlo).

Dovede vysvětlit princip stanovení chyby II. druhu a síly testu pro jednovýběrovou hypotézu s jednostrannou alternativou.

Provede test pomocí softwaru a přečte výsledek testu, vysvětlí výsledek pro danou úlohu.

Způsobnosti získané prostudováním této kapitoly:

Rozvoj inferenčního uvažování, základní pochopení principů testování hypotéz a možností jejich využití.

Rozpoznání úlohy testování hypotéz o jednom parametru a nabytí schopností řešit analogické, reálné úlohy.

Pro slovně zadanou úlohu získání předpokladů pro uplatnění poznatků o testu hypotéz. Významové rozlišení mezi parametrem a statistikou.

Uvědomování si předpokladů pro použití limitního testu.

3. Testy hypotéz pro dva výběry

Cíle:

Pro dva výběry (nezávislé i závislé) vysvětlit testy hypotéz o průměru, podílu a rozptylu (zejména při dvoustranné alternativě).

Klíčové pojmy

Nezávislé výběry	Populační rozptyl	Stupně volnosti
Závislé výběry	Hypotéza o rozptylech	Kritická hodnota F rozdělení
Párová data, párové vzorky (výběry)	F – rozdělení	Kvantil F – rozdělení

Výstupy ze studia

Znalosti, které student získá prostudováním této kapitoly:

Rozšíření znalostí předchozích dvou částí, využití zavedených nástrojů a pojmů na situaci dvou výběrů (formulace hypotéz, výběry závislé a nezávislé, chyby při testování hypotéz).

Osvojí si principy testů a situace, pro které jsou navrženy.

Porozumí (bez memorování) vzorcům testových kritérií a modelům jejich rozdělení při platnosti H_0 .

Prohlubuje si principy rozhodování.

Dovednosti, které student získá:

Dál rozvíjí a upevňuje svoje myšlenkové rozhodovací schéma na systém volby vhodné metody statistického testu pro různé výchozí situace.

Pro určitou situaci vybere vhodný dvouvýběrový test na základě analogie, test aplikuje, postupuje v jednotlivých krocích.

Přečte výsledky testu statistického programu a naučí se interpretovat statistické výsledky v kontextu dané úlohy, která má základ v reálné situaci.

Způsobilosti získané prostudováním této kapitoly:

Rozšíření rozhodovacího prostoru o další typy modelových situací, které mohou nastat pro reálné problémy. Rozpoznání jednovýběrové a dvouvýběrové situace, rozlišování různých typů parametrů, rozšíření uvažovaných datových variant (výběrových schémat) o pojem nezávislé a závislé výběry.

4. Analýza rozptylu pro jeden faktor

Cíl:

Test shody středních hodnot více než dvou populací. Postup je založený na rozkladu rozptylů, One-Way ANOVA, Analysis of Variance (ANOVA).

Data získaná pokusem jehož cílem je zjistit, zda různé úrovně pokusné podmínky (faktoru) souvisí s rozdíly mezi středními hodnotami sledované (měřitelné) veličiny. Pokusná podmínka má více než dvě úrovně. Následný test při zamítnutí hypotézy o shodě, Bonferroniho test.

Klíčové pojmy

faktorový pokus	meziskupinový rozptyl	ANOVA
faktor	vnitroskupinový rozptyl	celková chyba testů (familywise error)
úrovně faktoru	celkový rozptyl	Bonferroniho korekce

Výstupy ze studia

Znalosti, které student získá prostudováním této kapitoly:

Prohlubuje se poznání, že řešení úloh testování hypotéz o parametrech má vždy podobné kroky.

Test shody rozptylů se týká hypotézy o průměrech, student porozumí principu rozkladu rozptylů.

Porozumí logice, kterou se úloha o shodě více než dvou středních hodnot převede na rozklad rozptylů a na test hypotézy o shodě meziskupinového a vnitroskupinového rozptylu (vlastní analýze rozptylu).

Pamatování předpokladů pro metodu jednofaktorové analýzy rozptylu (ANOVA).

Porozumí principu následného testu podle Bonferroniho pravidla.

Dovednosti, které student získá:

Formuluje nulovou a alternativní hypotézu pro porovnání shody průměrů více než dvou výběrů.

Dovede sestavit tabulku analýzy rozptylu a rozhodnout o hypotéze.

Zdůvodní, provede a vysvětlí následnou analýzu Bonferroniho testem.

Přečte výsledek ANOVA vytvořený statistickým softwarem a dovede jej vysvětlit pro danou úlohu (interpretuje výsledek).

Způsobilosti získané prostudováním této kapitoly:

Prohloubení poznatků o principech statistického úsudku na základě testování hypotéz.

Schopnost uvažovat ANOVA jako variantu řešení složitějšího modelu rozhodovací situace.

Nabytí potřebných znalostí a schopností pro ověření předpokladů, posouzení jejich platnosti, pro provedení a praktické využití výsledků následných testů.

5. Test nezávislosti v kontingenční tabulce

Cíl:

Analýza závislosti pro data, měřená na nominální nebo ordinální stupnici. Hledání asociací, souvislostí mezi výskyty určitých variant dvou veličin testem chí – kvadrát. Analogickým postupem lze testovat shodu dvou rozdělení (test dobré shody).

Klíčové pojmy

neparametrický test	chí – kvadrát rozdělení	
kontingenční tabulka	kvantil chí – kvadrát rozdělení	
nominální data	chí – kvadrát test	
ordinální data	test dobré shody	

Výstupy ze studia

Znalosti, které student získá prostudováním této kapitoly:

Další rozšíření metod testování hypotéz o analýzu dat, uspořádaných do kontingenční tabulky.

Principiální pochopení konstrukce teoretické četnosti.

Uvědomění si podobnosti přístupů mezi testem dobré shody a testem nezávislosti, založeném na shodě empirické a teoretické četnosti.

Seznámí se s využitím chí – kvadrát rozdělení, zná název parametru, kterým jsou stupně volnosti.

Dovednosti, které student získá:

Sestaví kontingenční tabulku pro slovně popsanou úlohu nebo pro naměřená data.

Počítá teoretické četnosti a testové kritérium.

Najde pomocí Excelu kritickou hodnotu pro chí – kvadrát rozdělení

Naučí se vytvořit a analyzovat kontingenční tabulku pomocí statistického softwaru.

Způsobnosti získané prostudováním této kapitoly:

Rozšíření znalostí a dovedností na další kategorii analytických metod pro sledování souvislostí mezi variantami dvou znaků A a B. Pro znaky kvalitativní, ordinální, nebo

kvantitativní kategorizované lze zkoumat souvislost mezi dvěma znaky (využití pro široké spektrum reálných problémů, například v marketingových studiích nebo pro kategorizaci zákazníků).

6. Korelační a regresní analýza – dvě veličiny

Cíl:

Studování vztahu mezi dvěma spojitými náhodnými veličinami. Bodový graf a míry lineární závislosti, kovariance a koeficient korelace. Sdružené (simultánní) rozdělení, marginální rozdělení. Vlastnosti koeficientu korelace, hypotéza o nulovosti, interpretace.

Klíčové pojmy

kauzalita (příčinnost)	sdružená pravděpodobnost	kovariance
závislost veličin	podmíněná pravděpodobnost	koeficient korelace
asociace	korelace	odlehlá pozorování
statistická závislost	nepravá souvislost	regrese

Výstupy ze studia

Znalosti, které student získá prostudováním této kapitoly:

Porozumí pojmům závislost a nezávislost, kauzalita, funkční a statistická závislost, asociace.

Definuje kovarianci a pozná její vlastnosti.

Pozná míru lineární závislosti (koeficient korelace) a popisuje jeho vlastnosti.

Pochopí souvislost mezi hodnotou koeficientu korelace a vztahem, který lze mezi oběma veličinami vizualizovat bodovým grafem.

Uvědomí si úlohu odlehlých pozorování.

Dovednosti, které student získá:

Počítá kovarianci z dat (četností nebo relativních četností), uspořádaných ve dvojrozměrné tabulce.

Počítá koeficient korelace a testuje hypotézu o jeho nulovosti.

Způsobilosti získané prostudováním této kapitoly:

Zavedení dvou veličin a zkoumání jejich vzájemných souvislostí má praktické uplatnění, spolehlivost závěrů závisí na správném pochopení jednotlivých statistik.

Rozvoj způsobilostí souvisí se správnou interpretací koeficientu korelace jako míry lineární závislosti dvou pozorovaných veličin.

Uvažování v souvislostech, nevyloučení možného vlivu nepozorovaných veličin na pozorované vztahy, riziko zkreslení koeficientu korelace při odlehých pozorováních. Tyto způsobilosti jsou vázané na znalost aplikační domény (na hloubku vlastního poznání souvislostí reálného světa).

7. Jednoduchý lineární regresní model

Cíle:

Regresní analýza, principy a základní pojmy, podmíněné průměry, statistická závislost, volba regresní funkce, odhad parametrů regresního modelu, kvalita modelu, inference v regresním modelu, spolehlivost predikce, využití modelu.

Klíčové pojmy

lineární regrese	hypotézy v regresi	koeficienty v regresi
metoda nejmenších čtverců	reziduum	směrodatná chyba odhadu
ANOVA v regresi	reziduální rozptyl	
index determinace	spolehlivost predikce	

Výstupy ze studia

Znalosti, které student získá prostudováním této kapitoly:

Porozumí metodě nejmenších čtverců pro odhad koeficientů v regresi, formuluje její předpoklady

Rozumí rozkladu rozptylu na složku vysvětlenou modelem a na reziduum.

Formuluje hypotézy pro jednotlivé typy úsudku o regresním modelu

Dovednosti, které student získá:

Vysvětlí úlohu regrese a princip metody nejmenších čtverců

Ověří splnění předpokladů o residuu při odhadu parametrů modelu metodou nejmenších čtverců

Interpretuje jednotlivé koeficienty v regresi a jejich směrodatné chyby

Ověří předpoklady modelu, provede analýzu reziduí

Testuje individuální hypotézy o nulovosti koeficientů v regresi

Dovede vysvětlit tabulku ANOVA v regresi, zapíše a vysvětlí testovanou hypotézu

Vypočítá a interpretuje koeficient determinace

Vypočítá reziduální rozptyl

Testuje hypotézy o jednotlivých koeficientech v regresi

Vypočítá a interpretuje intervaly spolehlivosti predikce (pro individuální pozorování a pro střední hodnotu)

Realizuje výpočty pomocí softwaru, vysvětlí je a navrhne jejich využití

Vypočítá intervaly spolehlivosti predikce

Způsobnosti získané prostudováním této kapitoly:

Rozpoznání úlohy regrese, návrh modelu a posouzení vhodnosti metody odhadu parametrů, vysvětlení prediktivních vlastností modelu, kritické zhodnocení možnosti využití modelu.

8. Vícenásobný lineární regresní model

Cíle:

Vícenásobná lineární regrese, formulace modelu, předpoklady. Chyby odhadu parametrů modelu, intervaly spolehlivosti. Index determinace. Hypotézy v regresi. Problém multikolinearity, test Farraův-Glauberovův.

korelační matice	vícerozměrný regresní model v populaci	rozklad rozptylu
model	regresní nadrovina	směrodatná chyba odhadu
multikolinearita	residuum	standardizovaná rezidua
heteroskedasticita	koeficient determinace	VIF faktor

Výstupy ze studia

Znalosti, které student získá prostudováním této kapitoly:

Porozumí obecné koncepci sestavení vícerozměrného regresního modelu.

Rozumí potenciálním problémům modelu a dovede je identifikovat (multikolinearita, heteroskedasticita, nevýznamnost proměnných v modelu).

Dovede vysvětlit kritérium, které minimalizuje chyby modelu při odhadu parametrů.

Rozumí možnostem inference v modelu.

Dovednosti, které student získá:

Navrhne model pro určitou situaci, posoudí předpoklady modelu, vypočítá odhady parametrů modelu pomocí výrazů s maticemi v MsExcelu.

Testuje hypotézy o jednotlivých proměnných v modelu, formuluje závěry testu, odvodí doporučení.

Testuje sdruženou hypotézu o parametrech modelu |(ANOVA v regresi).

Rozumí výpočtu a interpretaci koeficientu determinace.

Vypočítá a interpretuje odhad chyb predikce pomocí modelu.

Analyzuje výstupní sestavu ze softwaru (například makra v MsExcelu nebo z výstupu statistického softwaru), interpretuje výsledky výpočtů.

Způsobilosti získané prostudováním této kapitoly:

Student rozumí obecné koncepci vícerozměrného regresního modelu, je schopen použít své znalosti v praktické situaci, získá a rozvíjí dovednosti, které dovedou k objektivnímu a kritickému posouzení vhodnosti tohoto řešení v určité rozhodovací situaci.

9. Časové řady

Cíle:

Časové řady, definice a typy, srovnatelnost dat, charakteristiky.

Jednorozměrný model časové řady. Lineární trend, bodová a intervalová předpověď. Kvalita modelu, test residuí.

Empirická metoda odhadu sezónní složky, sezónní očišťování, popis náhodné složky předpověď.

Adaptivní přístupy k modelování, jednoduché exponenciální vyrovnání, konstrukce předpovědi

Autokorelace – princip, možnosti využití

časová řada	chyba interpolace	náhodná složka
autokorelace	lineární trend	sezónní index
jednorozměrný model časové řady	odhad modelu	cyklická složka
model multiplikativní	klouzavé průměry	sezónní očištění
model aditivní	centrované klouzavé průměry	model exponenciální (adaptivní)
chyby modelu	sezónní složka	chyba extrapolace

Výstupy ze studia

Znalosti, které student získá prostudováním této kapitoly:

Definuje data v časové řadě a kritéria srovnatelnosti dat.

Porozumí empirické metodě modelu časové řady (multiplikativnímu i aditivnímu).

Zná rovnice nelineárních trendů (parabolický, exponenciální, logistický) a vysvětlí principy jejich odhadu.

Vysvětlí výpočet klouzavého průměru a centrovaného klouzavého průměru a jejich využití.

Porozumí principu metody jednoduchého exponenciálního vyrovnání.

Dovednosti, které student získá:

Počítá popisné charakteristiky časové řady (absolutní difference, koeficient růstu, průměrný absolutní přírůstek, průměrný koeficient růstu a dovede je interpretovat.

Vypočítá odhady koeficientů trendové rovnice, testuje hypotézy, stanoví interval spolehlivosti pro předpověď přímkového trendu.

Aplikuje Durbinův-Watsonův test autokorelace a interpretuje jeho využití.

Aplikuje, popíše a vysvětlí vlastnosti modelu, jehož parametry získá pomocí statistického softwaru nebo MsExcelu. Stanoví charakteristiky kvality modelu.

Způsobilosti získané prostudováním této kapitoly:

Student charakterizuje data časové řady a její složky. Získané znalosti umožní navrhnout popis řady, sestavit model a posoudit jeho využitelnost pro předpověď.

Pro reálná data je schopen (při znalosti reálného problematiky) posoudit vzájemnou srovnatelnost dat, navrhnout vhodné metody analýzy, data a výsledky vizualizovat a prezentovat.

Výstupy ze studia – Learning Outcomes v jednotlivých kapitolách předmětu stochastické modelování (STOMO)

Hana Skalská, kompletace návrhu březen 2011, revize říjen 2012

Výstupy ze studia

Znalosti, které student získá prostudováním této kapitoly:

Vymezí pojmy model, stochastický model, modelování, simulace.

Popíše proces vytváření simulačního modelu. Porozumí pojmům validita modelu, přesnost a správnost.

Seznámí se s příklady stochastických modelů.

Navrhne možnosti kvantifikace rizika.

Definuje vybrané míry rizika.

Vysvětlí pojmy dlouhodobé očekávání, krátkodobé riziko, jednorázové riziko.

Dovednosti, které student získá:

Pro slovně formulovanou úlohu sestaví formální model a navrhne schéma simulační úlohy.

Rozlišuje mezi pojmy věrohodnost, validita, přesnost a správnost modelu.

Způsobilosti získané prostudováním této kapitoly:

Student porozumí možnostem rozhodovacích postupů při neurčitosti. Získá znalosti, které jsou potřebné v jednotlivých etapách tvorby modelu, je vedený k jejich praktickému využití, je schopen podílet se na tvorbě modelu v praxi.

1. Generátory náhodných čísel

Výstupy ze studia

Znalosti, které student získá prostudováním této kapitoly:

Porozumí pojmu pseudonáhodné číslo a mechanismu jejich vytváření pomocí operace modulo.

Pozná některé multiplikativní kongruenční generátory náhodných čísel $R(0, 1)$.

Seznámí se s transformacemi čísel $R(0, 1)$ na hodnoty z jiných rozdělení.

Pomocí motivačních úloh si ujasňuje zákonitosti různých modelů rozdělení pravděpodobnosti.

Dovednosti, které student získá:

Vytvoří si vlastní řady pseudonáhodných čísel a empiricky ověřuje jejich vlastnosti.

Generuje posloupnosti náhodných čísel s rozdělením, které simuluje reálné děje.

Demonstruje platnost centrální limitní věty a ukazuje, že součet náhodných čísel z $R(0, 1)$ má očekávané rozdělení s očekávanými hodnotami parametrů.

Generuje hodnoty náhodné veličiny s normálním rozdělením pomocí Box-Müllerovy transformace.

Generuje hodnoty náhodné veličiny s exponenciálním rozdělením. Popíše statistické vlastnosti generované posloupnosti (charakteristiky, rozdělení četností, kumulativní relativní četnosti, graf).

Generuje hodnoty náhodné veličiny s binomickým rozdělením. Počítá statistické charakteristiky, sestaví graf, porovná s modelem.

Způsobnosti získané prostudováním této kapitoly:

Dovednosti a znalosti vedou k hlubšímu porozumění podstaty modelování reálných dějů a jejichž porozumění je nezbytné pro návrh a simulačního modelu.

Rozvoj chápání principů statistického zobecňování a pojmu zákonitost náhodných jevů a veličin.

Získané dovednosti a způsobnosti umožní řešit návrhy simulačních modelů a jejich realizaci (například prezentace rozdělení statistik pomocí simulací náhodných výběrů, model jednoduchého procesu s náhodnými veličinami).

2. Testování generátorů pseudonáhodných čísel

Výstupy ze studia

Znalosti, které student získá prostudováním této kapitoly:

Rozšíření přehledu statistických testů o testy, které mají využití pro testování generátorů pseudonáhodných čísel: testy distribuce, testy náhodnosti, korelace s pořadím a koeficient seriální korelace.

Pochopení principů jednotlivých testů a základní myšlenky jejich realizace.

Dovednosti, které student získá:

Testuje hypotézy o shodě četností, o shodě distribucí, náhodnost řady pomocí testu znamének diferencí a testu bodů zvratu, porozumí gap testu.

Testuje hypotézy o koeficientu pořadové korelace a seriální korelace.

Výpočty realizuje v MsExcel, vzorce nememoruje, ale rozumí jejich použití.

Pozná základní statistické testy kvality pseudonáhodných posloupností a možnosti jejich ověření.

Sestaví korelogram a testuje složenou hypotézu Cochranovým testem.

Způsobnosti získané prostudováním této kapitoly:

Získané znalosti podporují chápání možnosti popisu náhodných jevů a jsou základem pro porozumění, jak lze rozpoznat nenáhodnost ve výskytu dějů.

Poznatky lze zobecnit na použití prezentovaných testů k řešení úloh, vyžadujících zobecnění vlastností z výběru na populaci. Zvýšení důvěry ve statistické testy jako nástrojů, které umožňují objektivně podpořit empirický důkaz. Hlubší pochopení možností statistických testů.

3. Markovovy řetězce

Výstupy ze studia

Znalosti, které student získá prostudováním této kapitoly:

Seznámení se základními analytickými nástroji, které umožňují modelování a popis

vývoje dynamických systémů s diskrétními stavy v diskrétních časových okamžicích.

Markovská vlastnost, vlastnosti Markovových řetězců a jejich formální popis.

Porozumění Chapman-Kolmogorovy rovnice a jejím důsledkům pro modelování řetězce s markovskou vlastností.

Dovednosti, které student získá:

Realizuje popis dynamického diskrétního děje pro regulární a absorpční řetězce, maticové výpočty provádí v MsExcel.

Naučí se stanovit odhady parametrů modelu empiricky, na základě pozorování děje.

Popíše dynamický děj a navrhne základní charakteristiky, které je nutné sledovat pro popis děje modelem.

Rozliší mezi dvěma typy řetězců, regulárním a absorpčním.

Dovede stanovit střední dobu prvního přechodu a stacionární vektor regulárního řetězce. Pro absorpční řetězec stanoví pravděpodobnosti absorpce a střední dobu v transienčních stavech. Charakteristiky dovede interpretovat.

Seznámí se s modelem Markovského řetězce s oceněním a s modelem s diskontovaným oceněním, stanoví jejich limitní vlastnosti, výsledky interpretuje.

Zdokonaluje své používání operací s maticemi.

Způsobivosti získané prostudováním této kapitoly:

Pro dynamický děj s diskrétními stavy, jejichž změny nastávají s určitou pravděpodobností v diskrétním čase, je student schopný navrhnout model změn mezi stavy a stanoví základní charakteristiky vývoje procesu.

Navrhne a aplikuje metody Markovových řetězců na jednoduché typy reálných úloh.

4. Modely obnovy

Výstupy ze studia

Znalosti, které student získá prostudováním této kapitoly:

Formuluje zjednodušující předpoklady a popíše parametry, potřebné pro popis dekrementního řádu prvků stejného stáří.

Porozumí a popíše metodu stanovení počtu obnov pomocí rovnic obnovy.

Řeší model obnovy Markovovým řetězcem.

Dovednosti, které student získá:

Pro zadaný problém sestaví rovnice obnovy a tabulkou obnovy.

Pro stejný definuje stavy, sestaví matici pravděpodobností přechodu a úlohu řeší modelem obnovy. Porovná a vysvětlí výsledky.

Stanoví počty obnov na začátku každého období pomocí tabulky obnovy při různé výchozí struktuře prvků podle stáří.

Vypočítá průměrnou dobu provozu prvků.

Stanoví strukturu prvků podle stáří v každém období. Charakterizuje zákonitost v počtu obnov.

Způsobilosti získané prostudováním této kapitoly:

Uplatní znalosti z pravděpodobnosti a lineární algebry pro popis a řešení procesu, který je označován jako model obnovy.

Student si uvědomí význam zjednodušujících předpokladů o ději. Porozumí, že aplikace modelů vyžaduje nejen znalost průběhu děje a znalost možností analytických řešení, ale také návrh formálního popis děje.

5. Stochastické modely demografických procesů

6.

Výstupy ze studia

Znalosti, které student získá prostudováním této kapitoly:

Dovednosti, které student získá:

Způsobilosti získané prostudováním této kapitoly:

Statistické metody a software

Jan Draessler, červen 2011, revize říjen 2012

Téma 1 Úvod do počtu pravděpodobnosti

- základní pojmy počtu pravděpodobnosti,
- náhodný jev, základní vztahy mezi náhodnými jevy,
- pojem pravděpodobnosti, definice pravděpodobnosti,
- počítání s pravděpodobnostmi,
- podmíněná pravděpodobnost, závislé a nezávislé jevy,
- úplná pravděpodobnost, Bayesův vztah,

Výstupy ze studia, Learning Outcomes

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující:

- rozumí pojmem náhodný pokus a náhodný jev
- chápe pojem pravděpodobnost, jako míru nastoupení náhodného jevu,
- zná základní vlastnosti pravděpodobnosti,
- rozumí jednotlivým přístupům k výpočtu pravděpodobnosti

- zná základní postupy počítání s pravděpodobnostmi

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující:

- dokáže určit pravděpodobnost náhodného jevu v elementárních úlohách,
- vypočítá a interpretuje pravděpodobnost nastoupení náhodného jevu v závislosti na podmínkách, které nastoupení jevu ovlivňují
- dokáže stanovit a interpretovat pravděpodobnost vlivu příčiny na následný jev,

Způsobilosti: po absolvování studia této kapitoly studující:

- je schopen používat deduktivní přístup při vyvozování pravděpodobného chování jedince na základě obecných vlastností populace
- je schopen aplikovat použití pravděpodobnosti a podmíněné pravděpodobnosti v ekonomických modelech či v manažerském rozhodování

Téma 2 Rozdělení náhodné veličiny

- pojem náhodná proměnná,
- rozdělení náhodné proměnné, funkce popisující rozdělení náhodné proměnné
- základní charakteristiky náhodné proměnné

Výstupy ze studia, Learning Outcomes

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující:

- rozumí pojmem náhodná proměnná a rozdělení náhodné proměnné,
- chápe pojmy diskrétní a spojitá náhodná proměnná,
- zná základní vlastnosti funkcí popisujících rozdělení náhodné veličiny,
- dokáže určit základní charakteristiky náhodné proměnné

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující:

- dokáže určit a zapsat předpis distribuční funkce z pravděpodobnostní funkce či hustoty rozdělení
- na základě funkcí popisujících rozdělení stanoví pravděpodobnost nastoupení hodnoty či hodnot náhodné proměnné
- vypočítá základní charakteristiky náhodné proměnné – střední hodnotu a variabilitu
- umí vypočítat základní kvantilové charakteristiky spojitě náhodné proměnné a interpretovat jejich význam

Způsobilosti: po absolvování studia této kapitoly studující:

- je schopen řešit jednoduché modelové úlohy
- je schopen aplikovat poznatky o vlastnostech náhodných veličin na jednoduché ekonomické a technické problémy

Téma 3 Vybraná pravděpodobnostní rozdělení

- základní typová rozdělení, jejich vlastnosti a použití (binomické, Poissonovo, exponenciální, normální)
- další typy rozdělení používaných pro statistické výpočty,

Výstupy ze studia, Learning outcomes

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující:

- zná základní typy v praxi používaných rozdělení,
- chápe rozdíl v použití binomického a hypergeometrického rozdělení,
- zná použití Poissonova a normálního rozdělení,
- má základní přehled o rozděleních používaných pro statistické výpočty

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující:

- dokáže vypočítat pravděpodobnosti množiny hodnot náhodné proměnné u typových rozdělení,
- umí používat funkcí tabulkových kalkulačtorů pro výpočet pravděpodobnosti,

Způsobilosti: po absolvování studia této kapitoly studující:

- je schopen aplikovat základní výpočty na modelové úlohy,
- dokáže vytvořit analogický problém na použití pravděpodobnostních rozdělení a tento problém řešit

Téma 4 Limitní vlastnosti rozdělení náhodné proměnné

- lineární kombinace náhodných proměnných, rozdělení součtu a průměru náhodných proměnných
- zákon velkých čísel, centrální limitní věta, význam a použití CLV

Výstupy ze studia, Learning Outcomes

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující:

- má přehled o základních typech spojitých a diskrétních pravděpodobnostních rozdělení, které se často používají pro popis ekonomických a technických veličin v praxi,
- rozumí limitnímu chování charakteristik souboru při rostoucí velikosti souboru,
- chápe podmínky použití a význam limitních vět pro výpočet charakteristik proměnných s obecným rozdělením

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující:

- vypočítá pravděpodobnost výskytu hodnoty či množiny hodnot náhodné proměnné s daným typem rozdělení,
- dokáže aplikovat limitní věty při určení pravděpodobnosti výskytu hodnot náhodné proměnné s neurčitým typem rozdělení,

Způsobilosti: po absolvování studia této kapitoly studující:

- je schopen aplikovat poznatky o rozdělení náhodných veličin aplikovat na jednoduché ekonomické a technické modely,
- je schopen aplikovat limitní věty v matematické statistice

Téma 5 Základní pojmy statistiky

- základní pojmy statistiky,
- zpracování statistických dat, četnostní tabulka, grafické zpracování četností
- charakteristiky statistického souboru, grafické vyjádření hodnot a charakteristik

Výstupy ze studia, Learning Outcomes

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující:

- zná postupy statistického výzkumu,
- orientuje se v základních pojmech statistiky (populace, výběr, parametr, statistika),
- rozlišuje mezi kvalitativní a kvantitativní proměnnou a způsobem jejich zpracování,
- umí základní postupy zpracování statistických dat, zejména třídění dat, grafické zpracování,
- zná význam a vlastnosti jednotlivých charakteristik statistického souboru, zejména charakteristik polohy a variability.

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující:

- dokáže sestavit četnostní tabulku pro kvalitativní i kvantitativní data,
- vypočítá charakteristiky statistického souboru, zejména veličiny popisující střední hodnoty a variabilitu souboru,
- dokáže správně interpretovat data vyjádřená v grafické podobě,
- dokáže používat funkce tabulkového kalkulátoru pro výpočet charakteristik statistického souboru

Způsobilosti: po absolvování studia této kapitoly studující:

- je schopen samostatně zpracovat data statistického šetření,
- je schopen data zpracovávat v prostředí tabulkového kalkulátoru,
- používá statistický software pro zpracování dat a interpretuje výstupy

Téma 6 - 7 Úvod do statistické indukce

- výběrová šetření, náhodný výběr
- bodový odhad, vlastnosti bodového odhadu
- intervalový odhad, interval spolehlivosti pro odhad průměru,
- interval spolehlivosti pro odhad parametru na základě rozsáhlých výběrů

Výstupy ze studia, Learning Outcomes

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující:

- chápe pojem a zná metody statistické indukce,
- rozumí pojmu výběrové šetření,
- chápe pojmy pravděpodobnostní a záměrný výběr,
- zná základní vlastnosti bodového odhadu, zejména se zaměřením na průměr základního souboru,
- zná bodové odhady parametrů typových rozdělení

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující:

- za daných podmínek dokáže rozhodnout o vhodné metodě výběru,
- vypočítá bodový odhad parametru základního souboru s normálním, binomickým, hypergeometrickým, Poissonovým, exponenciálním příp. jiným rozdělením

Způsobilosti: po absolvování studia této kapitoly studující:

- je schopen rozhodnout o vhodné metodě pořízení dat a vhodném typu výběru,
- je schopen zvolit a interpretovat vhodnou charakteristiku pro odhad sledované veličiny

Téma 8 Testování statistických hypotéz

- použití testů hypotéz, postup testování hypotéz
- základní pojmy - hladina významnosti, kritická hodnota, testové kritérium, kritický obor
- chyby testování
- softwarové testování, p-hodnota

Výstupy ze studia, Learning Outcomes

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující:

- umí stanovit hypotézy u základních typů jednovýběrových testů,
- zná předpoklady použití z-testu a t-testu,
- zná postupy testování hypotézy o parametrech základních souborů s normálním resp. alternativním rozdělením,
- rozumí použití limitních vět u testů parametrů dalších rozdělení na základě rozsáhlých výběrů,
- seznámí se s postupem výpočtu chyby druhého druhu u testu hypotézy o průměru

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující:

- dokáže na základě kontextu úlohy rozhodnout o jednostranné či oboustranné hypotéze,

- na základě hypotéz a splnění předpokladů stanoví vhodné testové kritérium (testační statistiku),
- rozhodne o výsledku testu s vědomím možnosti chybného rozhodnutí,
- na základě získaných dat dokáže zpracovat test ve statistickém software a interpretovat získané výsledky,
- diskutuje možnost testování jiných parametrů při nesplnění základních podmínek t-testu

Způsobnosti: po prostudování této kapitoly studující:

- je schopen formulovat statistickou hypotézu, jako vyjádření ekonomického či technického problému
- je schopen za pomoci softwarových aplikací data z výběrových šetření zpracovat, provést vhodný test, výstupy testů srozumitelně interpretovat v rámci ekonomické či technické formulace
- na základě interpretace výsledků testů je schopen navrhnout východiska sledovaného problému

Téma 9 Jednovýběrové testy hypotéz

- jednovýběrový test hypotézy o průměru základního souboru s normálním rozdělením
- jednovýběrový test hypotézy o průměru pro rozsáhlé výběry
- jednovýběrový test hypotézy o relativní četnosti pro rozsáhlé výběry
- softwarová řešení testu průměru

Výstupy ze studia, Learning Outcomes

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující:

- umí stanovit hypotézy u základních typů jednovýběrových testů,
- zná předpoklady použití z-testu a t-testu,
- zná postupy testování hypotézy o parametrech základních souborů s normálním resp. alternativním rozdělením,
- rozumí použití limitních vět u testů parametrů dalších rozdělení na základě rozsáhlých výběrů,
- seznámí se s postupem výpočtu chyby druhého druhu u testu hypotézy o průměru

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující:

- dokáže na základě kontextu úlohy rozhodnout o jednostranné či oboustranné hypotéze,
- na základě hypotéz a splnění předpokladů stanoví vhodné testové kritérium (testační statistiku),
- rozhodne o výsledku testu s vědomím možnosti chybného rozhodnutí,

- na základě získaných dat dokáže zpracovat test ve statistickém software a interpretovat získané výsledky,
- diskutuje možnost testování jiných parametrů při nesplnění základních podmínek t-testu

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující:

- je schopen formulovat statistickou hypotézu, jako vyjádření ekonomického či technického problému,
- je schopen za pomoci softwarových aplikací data z výběrových šetření zpracovat, provést vhodný test, výstupy testů srozumitelně interpretovat v rámci ekonomické či technické formulace,
- na základě interpretace výsledků testů je schopen navrhnout východiska sledovaného problému

Téma 10-11 Vzájemný vztah dvou proměnných

- vzájemný vztah dvou kategorizovaných proměnných - dvojrozměrné rozdělení četností, koeficienty kontingence
- test nezávislosti v kontingenční tabulce
- vzájemná interakce dvou numerických proměnných, koeficienty korelace,
- test koeficientu korelace

Výstupy ze studia, Learning Outcomes

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující:

- rozumí pojmu vzájemné interakce dvou veličin,
- rozlišuje mezi jednostrannou a oboustrannou závislostí,
- rozumí pojmům přímá a nepřímá závislost,
- chápe pojmy dvojrozměrné rozdělení četností kontingenční tabulka,
- seznámí se s veličinami popisujícími vztah kategorizovaných proměnných,
- chápe pojmy kovariance a korelace,
- zná předpoklady použitelnosti korelačních koeficientů,
- seznámí se se základním přehledem testů ověřujících vzájemný vztah dvou veličin

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující:

- umí vypočítat kovarianci a Pearsonův korelační koeficient,
- zná základní vlastnosti koeficientů korelace
- pomocí softwarové aplikace dokáže zobrazit a interpretovat výsledek testu nezávislosti v kontingenční tabulce
- v prostředí softwarové aplikace dokáže zobrazit a interpretovat korelační koeficient a otestovat jeho významnost

Způsobilosti: po absolvování studia této kapitoly studující:

- je schopen na základě formulace problému a získaných dat rozhodnout o vhodné metodě sledování vzájemné závislosti dvou proměnných,
- dokáže za pomoci statistického software rozhodnout o významnosti vzájemné interakce, výsledky interpretovat a aplikovat v praxi

Téma 12 Jednoduchá lineární regrese

- model jednostranné závislosti dvou kvantitativních proměnných
- jednoduchý lineární regresní model
- metoda nejmenších čtverců, předpoklady
- posouzení modelu

Výstupy ze studia, Learning Outcomes

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující:

- rozumí pojmu funkční závislosti,
- definuje pojmy vysvětlující a vysvětlovaná proměnná,
- dokáže stanovit regresní model a jeho složky,
- definuje předpoklady a základní podmínky metody nejmenších čtverců,
- rozumí matematickému vyjádření regresního modelu,
- seznámí se s dalšími aspekty použití regresního modelu

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující:

- sestaví teoretické vyjádření jednoduché lineární regrese,
- pomocí statistického software ověří předpoklady použití a určí koeficienty regresní přímky,
- zapíše rovnici regresního modelu,
- odhadne (bodově) hodnoty vysvětlované proměnné v závislosti na hodnotách vysvětlující proměnné

Způsobilosti: po absolvování studia této kapitoly studující:

- na základě formulace ekonomického či technického problému je schopen rozhodnout o směru závislosti (určení vysvětlující a vysvětlované proměnné), stanovit a interpretovat jednoduchý lineární model,
- na základě jednoduchého modelu dokáže odhadnout hodnoty závislé proměnné a interpretovat důsledky modelu na studovanou problematiku

Výstupy ze studia – Learning Outcomes v jednotlivých kapitolách předmětu DIMA – prezenční a kombinovaná forma studia

Eva Milková, Andrea Ševčíková, Jiří Haviger , 25.6.2011, revize říjen 2012

Téma 1: Základní terminologie teorie grafů:

- graf, reprezentace grafu
- stupeň vrcholu, princip sudosti, skóre grafu
- podgraf, indukovaný podgraf

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly je studující seznámen

- s pojmem obyčejný graf (dále jen graf)
- s pojmy hrana, vrchol, stupeň vrcholu, skóre
- s reprezentacemi grafu – obrázkem, maticí sousednosti a incidence, seznamem vrcholů
- s formulací a důkazem věty - tzv. Princip sudosti
- s formulací věty týkající se skóre grafu a algoritmem na zjišťování, zda daná posloupnost je/není skóre grafu
- s pojmy podgraf grafu a podgraf indukovaný množinou vrcholů
- s pojmem rovnost grafů

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující dokáže

- uvést příklady grafu - reprezentovat je jak obrázkem, tak maticí sousednosti
- v zadaném grafu určit stupeň vrcholu, určit zda vrcholy jsou/nejsou sousední, zda hrany jsou/nejsou sousední
- v zadaném grafu určit, zda vrchol a hrana jsou/nejsou incidentní
- určit podgraf zadaného grafu
- určit podgraf zadaného grafu indukovaný na dané množině vrcholů
- vysvětlit důkaz věty „Princip sudosti“ a význam této věty
- odebrat hranu/vrchol z grafu
- aplikovat algoritmus na určení, zda daná posloupnost je/není skóre grafu

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly je studující schopen

- reprezentovat jednoduchou úlohu vhodným grafem a pomocí tohoto grafu ji vyřešit

Téma 2: Základní terminologie teorie grafů - pokračování:

- sled, tah, cesta, kružnice
- souvislost, komponenta, most, artikulace
- izomorfismus
- úplný graf, doplněk grafu
- bipartitní graf, úplný bipartitní graf
- hamiltonovský graf
- rovinný graf

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly je studující seznámen

- s pojmy sled, tah, cesta, otevřený sled, otevřený tah, kružnice
- s pojmy souvislost, komponenta, most, artikulace a s formulacemi a důkazy tvrzení, která se vztahují se k těmto pojmům
- s pojmy rovnost grafů, izomorfismus grafů
- s pojmy úplný, bipartitní, úplný bipartitní, hamiltonovský a rovinný graf
- se základními pravidly pro hledání hamiltonovské kružnice

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující dokáže

- najít v grafu sled, tah, cestu, otevřený sled, otevřený tah, kružnici dané délky
- určit, zda graf je/není souvislý
- najít v grafu komponenty, mosty, artikulace
- určit, zda dva grafy si jsou/nejsou rovny, zda jsou/nejsou navzájem izomorfní
- určit typ daného grafu (úplný, bipartitní, úplný bipartitní, hamiltonovský, rovinný)
- dokázat tvrzení vztahující se k sledům, cestám a kružnicím
- aplikovat pravidla na určení, zda daný graf je/není hamiltonovský

Způsobnosti: po prostudování této kapitoly je studující schopen

- určovat vlastnosti zadaných grafů a využívat je v úlohách
- dokazovat jednoduchá tvrzení týkající se výše uvedených vlastností grafu

Téma 3: Stromy:

- les, strom, vlastnosti stromu
- centrum, bicentrum
- kořenový strom, kořen stromu, předchůdce, následník
- binární strom, levý a pravý syn
- binární vyhledávací strom, halda

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly je studující seznámen

- s pojmy les, strom, list
- s formulacemi a důkazy tvrzení a vět, která se vztahují k pojmům list, strom a les
- s pojmy kořenový strom, kořen stromu, předchůdce, následník, hloubka, vrstva, podstrom s daným kořenem, binární strom, levý a pravý syn
- s pojmem binární vyhledávací strom a s operacemi s ním souvisejícími
- s pojmem halda a s operacemi s ní souvisejícími

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující dokáže

- vysvětlit vlastnosti stromů
- určit, zda zadaná posloupnost je/není skóre stromu
- vytvářet binární vyhledávací strom a provádět s ním operace Member, Insert a Delete

- vytvářet haldu a provádět s ní operace Insert a Extract(MIN)
- aplikovat heapsort (algoritmus třídění pomocí datové struktury halda)

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly je studující schopen

- porozumět základním principům důkazů – přímého, nepřímého a sporem
- dokazovat tvrzení a věty týkající se vlastností stromu, lesa
- využívat stromové datové struktury v předmětech zabývajících se programováním

Téma 4: Kostra grafu:

- kostra grafu
- počet koster

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly je studující seznámen

- s pojmy kostra grafu
- s formulací a důkazem věty o existenci kostry v souvislém grafu
- s Cayleyho větou týkající se počtu koster v úplném grafu a jejich důkazem založeném na zakódování kostry do posloupnosti délky $n-2$ a jejím zpětném rozkódování do původní kostry

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující dokáže

- najít v souvislém grafu kostru (kostry)
- aplikovat vlastnosti stromů na kostru
- určit počet koster v úplném grafu a v grafu s navzájem hranově disjunktními kružnicemi

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly je studující schopen

- porozumět základnímu principu důkazu indukcí
- využívat možnosti kódování v předmětech zabývajících se programováním

Téma 5: Problém minimální kostry grafu:

- minimální kostra grafu
- klasické algoritmy na hledání minimální kostry grafu - Borůvkův, Jarníkův a Kruskalův
- algoritmus R. Prima

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly je studující seznámen

- s historií problému minimální kostry grafu
- s klasickými algoritmy na hledání minimální kostry grafu a vztahy mezi nimi

- s algoritmem R. Prima, jeho implementací a vztahem k Jarníkovu algoritmu

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující dokáže

- najít v souvislém grafu minimální kostru grafu
- aplikovat algoritmus na nalezení minimální kostry při řešení reálných úloh

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly je studující schopen

- hledět na řešení těžé úlohy z různých úhlů pohledu, rozlišovat různé přístupy k témuž problému
- využívat myšlenku Primovy implementace v předmětech zabývajících se programováním

Téma 6: Procházení labyrintu:

- labyrint a jeho grafová reprezentace
- procházení části labyrintu – pravidlo pravé ruky, Ariadnina nit
- algoritmy na procházení celého labyrintu – Tremauxův, Tarryho, Edmonds – Johnsonův

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly je studující seznámen

- s historií procházení labyrintu a reprezentací labyrintu grafem
- s algoritmy Tremauxe, Tarryho a Edmonds – Johnsona
- se vztahy mezi uvedenými algoritmy
- s použitím Edmonds – Johnsonova algoritmu v souvislých grafech, které mají všechny vrcholy sudého stupně

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující dokáže

- převést labyrint na graf
- aplikovat Tremauxův, Tarryho, Edmonds – Johnsonův algoritmus při procházení labyrintu (grafu)

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly je studující schopen

- vnímat zásadní rozdíly při řešení těžé úlohy různými algoritmy
-

Téma 7: Eulerovské tahy, pokrytí grafu tahy:

- eulerovský graf
- uzavřený a otevřený eulerovský tah
- hledání eulerovských tahů
- pokrytí grafu minimálním počtem tahů

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly je studující seznámen

- s historií eulerovských grafů – Problémem sedmi mostů města Königsbergu
- s definicí eulerovského tahu – uzavřeného, otevřeného
- s definicí eulerovského grafu
- s formulací a důkazem věty charakterizující eulerovské grafy
- s formulacemi a důkazy tvrzení, která se vztahují ke grafům, jejichž všechny vrcholy mají sudý stupeň
- s algoritmem na hledání uzavřeného eulerovského tahu
- s algoritmem na hledání otevřeného eulerovského tahu
- s algoritmem na nalezení minimálního pokrytí grafu tahy obsahující všechny hrany daného grafu (dále jen „minimálního pokrytí grafu tahy“)

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující dokáže

- určit, zda graf je/není eulerovský
- aplikovat algoritmus na hledání eulerovského tahu při řešení reálných úloh
- určit minimální počet tahů potřebných k pokrytí grafu tahy
- převést úlohu nalezení minimálního pokrytí grafu tahy na úlohu nalezení eulerovského tahu
- aplikovat algoritmus na nalezení minimálního pokrytí grafu tahy při řešení reálných úloh

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly je studující schopen

- dokázat tvrzení a věty týkající se eulerovských grafů
- porozumět vztahu mezi procházením labyrintů Edmonds –Johnsonovou metodou a algoritmem na hledání eulerovských tahů

Téma 8: Prohledávání grafu:

- datové struktury fronta zásobník
- prohledávání vrcholů a hran grafu do šířky
- prohledávání vrcholů a hran grafu do hloubky
- určení komponent grafu
- určení, zda hrana grafu je most

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly je studující seznámen

- s datovou strukturou fronta (FIFO) a operacemi s ní souvisejícími
- s datovou strukturou zásobník (LIFO) a operacemi s ní souvisejícími
- s algoritmem prohledávání vrcholů grafu do šířky (resp. do hloubky) a s jeho souvislostí s Jarníkovým algoritmem na nalezení minimální kostry grafu
- s algoritmem prohledávání vrcholů a hran grafu do šířky (resp. do hloubky)
- s algoritmy na určení komponent grafu, založenými na prohledávání do šířky (resp. do hloubky)
- s algoritmy na určení, zda hrana grafu je most, založenými na prohledávání do šířky (resp. do hloubky)

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující dokáže

- aplikovat algoritmus prohledávání vrcholů a hran grafu do šířky s využitím operací s frontou
- aplikovat algoritmus prohledávání vrcholů a hran grafu do hloubky s využitím operací se zásobníkem
- aplikovat algoritmy prohledávání při systematickém zpracovávání vrcholů (resp. hran) daného grafu
- aplikovat algoritmy na určení komponent grafu
- aplikovat algoritmy na určení, zda hrana grafu je most

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly je studující schopen

- využívat datové struktury FIFO a LIFO v předmětech zabývajících se programováním
- porozumět vztahu mezi prohledáváním grafu do šířky (resp. do hloubky) a Jarníkovou metodou na nalezení minimální kostry grafu

Téma 9: Stromy prohledávání:

- strom prohledávání do šířky
- strom prohledávání do hloubky
- vlastnosti stromů prohledávání

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly je studující seznámen

- s pojmem strom prohledávání do šířky
- s pojmem strom prohledávání do hloubky
- s pojmy nestromové hrany, (T_S, v) -podstrom, (T_H, v) -podstrom
- s vlastnostmi stromů prohledávání
- s formulacemi a důkazy tvrzení, která se vztahují k vlastnostem stromů prohledávání do šířky (resp. do hloubky)

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující dokáže

- nakreslit strom prohledávání do šířky (resp. do hloubky) s kořenem v daném vrcholu
- na základě vlastností stromu prohledávání do šířky určit z obrázku stromu prohledávání do šířky nejkratší cestu mezi kořenem a libovolným dalším vrcholem, a po doplnění nestromových hran do stromu prohledávání do šířky určit, zda graf je/není bipartitní, zda vrchol/hrana leží na kružnici
- na základě vlastností stromu prohledávání do hloubky určit z obrázku stromu prohledávání do hloubky doplněným nestromovými hranami všechny artikulace daného grafu

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly je studující schopen

- využívat vlastností stromů prohledávání do šířky a do hloubky v reálných úlohách

Téma 10: Využití vlastností stromů prohledávání do šířky:

- určení nejkratší cesty mezi dvěma vrcholy
- určení, zda je graf bipartitní
- určení, zda vrchol/hrana leží na kružnici

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly je studující seznámen

- s algoritmem na určení nejkratší cesty mezi dvěma vrcholy
- s algoritmem na určení, zda je graf bipartitní
- s algoritmem na určení, zda vrchol/hrana leží na kružnici

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující dokáže

- aplikovat algoritmus na určení nejkratší cesty mezi dvěma vrcholy
- aplikovat algoritmus na určení, zda je graf bipartitní
- aplikovat algoritmus na určení, zda vrchol/hrana leží na kružnici

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly je studující schopen

- aplikovat výše uvedené algoritmy jak na grafu reprezentovaném obrázkem, tak na grafu reprezentovaném maticí sousednosti, a tím si uvědomit, jaké informace je nutno při realizaci algoritmu uchovávat

Téma 11: Využití vlastností stromů do hloubky:

- určení artikulací v grafu
- prohledávání binárních stromů do hloubky – metody preorder, inorder, postorder
- prohledávání binárních vyhledávacích stromů do hloubky – třídění pomocí metody inorder

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly je studující seznámen

- s algoritmem na určení artikulací v grafu
- s metodami preorder, inorder, postorder aplikovanými na binární stromy
- s metodou inorded aplikovanou na binární vyhledávací stromy

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující dokáže

- aplikovat algoritmus na určení artikulací v grafu

- seřadit celočíselné údaje pomocí sestavení binárního vyhledávacího stromu s využitím operace Insert, a následným použitím metody inorder

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly je studující schopen

- aplikovat výše uvedené algoritmy jak na grafu reprezentovaném obrázkem, tak na grafu reprezentovaném maticí sousednosti, a tím si uvědomit, jaké informace je nutno při realizaci algoritmu uchovávat

Téma 12: Dijkstrův algoritmus:

- Dijkstrův algoritmus na hledání nejkratší cesty
- vztah Dijkstrova a Jarníkova algoritmu

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly je studující seznámen

- s Dijkstrovým algoritmem na hledání nejkratší cesty v hranově nezáporně ohodnoceném souvislém grafu
- se vztahem Dijkstrova algoritmu k algoritmu Vojtěcha Jarníka na hledání minimální kostry grafu

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující dokáže

- aplikovat Dijkstrův algoritmus na hledání nejkratší cesty v hranově nezáporně ohodnoceném souvislém grafu

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly je studující schopen

- porozumět vztahu mezi Dijkstrovým a Jarníkovým algoritmem, a zároveň si uvědomit rozdíly v jejich použití

ZÁKLADY MATEMATIKY PRO OBOR SPORTOVNÍ MANAGEMENT:

VÝSTUPY ZE STUDIA – LEARNING OUTCOMES

Iva Vojkůvková, revize říjen 2012

1. VÝROKOVÁ LOGIKA. JAZYK MATEMATIKY. MNOŽINY.

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- vymezí pojem výrok, objasní význam pravdivostní hodnoty
- vysvětlí, jak je možno utvořit negaci
- uvede příklady výroků s kvantifikátory
- vyjmenuje základní složené výroky (konjunkce, disjunkce, implikace, ekvivalence), zná jejich slovní vyjádření a zapíše tabulku jejich pravdivostních hodnot
- uvede některé vztahy pro složené výroky, objasní pojmy tautologie a kontradikce

- vymezí pojem množina
- zapíše definice základních množinových vztahů a operací, uvede De Morganovy vzorce
- znázorní množinové vztahy a operace pomocí Vennových diagramů
- vyjmenuje základní číselné obory N , Z , Q , R a jejich vlastnosti
- definuje interval
- uvede vlastnosti absolutní hodnoty reálného čísla

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- pozná u gramatických vět, symbolických zápisů atd., zda se jedná o výrok, určí jeho pravdivostní hodnotu
- utvoří negaci jednoduchých výroků
- pracuje s výroky s kvantifikátory (v běžné mluvě, v symbolických zápisech)
- vysloví či symbolicky zapíše negace výroků s kvantifikátory
- sestaví tabulku pravdivostních hodnot pro komplikovanější složené výroky
- vysloví či symbolicky zapíše k dané implikaci obrácenou a obměněnou implikaci
- používá v zápisech základní matematické symboly (kvantifikátory, výroková a množinová symbolika)
- uvede příklady množin a vhodně je zapíše (výčtem jejích prvků, intervalem, charakteristickou vlastností,...)
- nalezne prvky průniku, sjednocení, rozdílu, doplňku dvou množin, zejména pak intervalů
- vypíše (naznačí výpis) systému podmnožin dané n -prvkové množiny
- využívá znázornění množinových operací a vztahů pomocí Vennových diagramů

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- vhodně popíše reálnou situaci pomocí složených výroků a využije sestavené tabulky pravdivostních hodnot pro řešení úloh (úlohy rekreační matematiky)
- použije Vennovy diagramy a množinové operace pro řešení úloh (úlohy rekreační matematiky, částečně zadané výsledky průzkumu a.j.)
- provádí operace s intervaly při zápisu řešení rovnic, nerovnic a jejich soustav
- čte s porozuměním matematické texty na úrovni studijních materiálů k předmětu ZMAT

2. KARTÉZSKÝ SOUČIN. RELACE. ZOBRAZENÍ. FUNKCE.

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- definuje kartézský součin
- zavede pojmy (binární) relace, (binární) relace na množině
- objasní vlastnosti relací na množině – symetrická, antisymetrická, reflexivní, tranzitivní
- definuje zobrazení, definiční obor a obor hodnot zobrazení
- vysvětlí pojmy prosté zobrazení, vzájemně jednoznačné zobrazení
- zavede pojem funkce jako zobrazení v R eventuálně jako přiřazení
- orientuje se v různých způsobech zadání funkce – předpisem, tabulkou, grafem,... rozpozná z různých zadání, že se jedná o funkci
- chápe definiční obor funkce jako nedílnou součást zadání funkce

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- zapíše prvky kartézského součinu a znázorní jej v pravoúhlé soustavě souřadnic
- nalezne (některé) relace příslušné kartézskému součinu
- určí vlastnosti konkrétních relací na určité množině (např. relace uspořádání, relace být podmnožinou, relace být dělitelem,...)
- identifikuje mezi relacemi zobrazení, prostá zobrazení – a to i ze znázornění v pravoúhlé soustavě souřadnic
- pracuje s různými způsoby zadání funkce, přechází od jednoho způsobu zadání funkce k jinému způsobu zadání
- určí na základě podmínek definičního oboru funkce – rozpozná, jaké rovnice, nerovnice, či odpovídající soustavy rovnic nebo nerovnic je nutné vyřešit; správně zapíše řešení těchto soustav

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- poznatky o množině R , kartézském součinu $R \times R$ a funkci chápané jako zobrazení v R využívá ve všech dále studovaných oblastech kalkulu

3. ZÁKLADNÍ VLASTNOSTI FUNKCÍ

tyto výstupy bezprostředně souvisí s výstupy ze studia pro téma 4 Elementární funkce:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- definuje součet, rozdíl, součin a podíl dvou funkcí, absolutní hodnotu funkce, mocninu funkce
- zapíše a vysvětlí definice základních vlastností funkcí – funkce rostoucí, neklesající, klesající, nerostoucí; monotonie funkce; funkce sudá, lichá, p periodická; funkce omezená (shora, zdola); maximum a minimum funkce
- definuje pojmy prostá funkce, funkce inverzní k dané funkci, funkce složená z několika funkcí

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- vyjádří funkce vzniklé pomocí aritmetických operací s funkcemi a naopak rozpozná strukturu funkce v zápisu z hlediska jejího vytvoření
- vyjádří zápisem funkci složenou z daných funkcí, určí její definiční obor; naopak, je schopen rozpoznat strukturu složené funkce a rozložit složenou funkci na jednotlivé složky
- vyjádří předpis inverzní funkce k dané funkci, zakreslí graf inverzní funkce, určí definiční obor a obor hodnot inverzní funkce
- využívá a „čte“ kartézské grafy

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- korektním způsobem zdůvodní zkoumanou základní vlastnost funkce (naznačí důkaz)
- odvodí vztahy mezi některými vlastnostmi funkcí (např. vztah mezi vlastností být prostou funkcí a být monotónní funkcí, vztah existence funkce inverzní k funkci prosté, vztah mezi vlastností být prostou funkcí a stejnou vlastností funkce inverzní k dané funkci)

- používá získané znalosti a dovednosti v dalších oblastech kalkulu – např. k určení limity a derivace funkce, při vyšetřování průběhu funkce, pro nalezení primitivní funkce k dané funkci atd.
- uplatní získané znalosti a dovednosti při řešení úloh z praxe – sestavení funkcionálních modelů a jejich následné využití (analýza zlomového bodu, optimalizační úlohy, aplikace určitého integrálu).

4. ELEMENTÁRNÍ FUNKCE

tyto výstupy bezprostředně souvisí s výstupy ze studia pro téma 3 Základní vlastnosti funkcí:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

zavede jednotlivé funkce – zapíše jejich předpis, určí definiční obor, zakreslí graf:

- speciální funkce: funkce absolutní hodnota, signum, celá část, Dirichletova funkce
- konstantní funkce, identická funkce, lineární funkce
- mocninná funkce s přirozeným exponentem, funkce n -tá odmocnina, mocninná funkce s celočíselným exponentem
- polynomická funkce
- racionální funkce, zejména lineární lomená funkce
- exponenciální funkce, zejména o základu e
- logaritmická funkce, zejména o základu e
- goniometrické funkce
- cyklometrické funkce

a uvede základní vlastnosti jednotlivých funkcí

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- pracuje s různými způsoby zadání funkce, přechází od jednoho způsobu zadání funkce k jinému způsobu zadání
- určí na základě podmínek definiční obor funkce – rozpozná, jaké rovnice, nerovnice či odpovídající soustavy rovnic nebo nerovnic je nutné vyřešit; správně zapíše řešení těchto soustav
- vyjádří funkce vzniklé z elementárních funkcí pomocí aritmetických operací s funkcemi, resp. složením funkcí, a naopak rozpozná strukturu funkce v zápisu z hlediska jejího vytvoření
- používá Hornerovo schéma k určení hodnoty polynomu a pro dělení polynomu binomem
- objasní vztah inverze mezi funkcí exponenciální a logaritmickou
- objasní vztah inverze mezi funkcí goniometrickou a cyklometrickou
- čte z grafu funkce, dokáže „rychle“ sestavit graf složené funkce pomocí elementární funkce

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- používá získané znalosti a dovednosti v dalších oblastech kalkulu – např. k určení limity a derivace funkce, při vyšetřování průběhu funkce, pro nalezení primitivní funkce k dané funkci atd.
- uplatní získané znalosti a dovednosti při řešení úloh z praxe – sestavení funkcionálních modelů a jejich následné využití (analýza zlomového bodu, optimalizační úlohy, aplikace určitého integrálu).

5. LIMITA A SPOJITOST

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- chápe specifika rozšířené množiny reálných čísel
- definuje spojitost funkce v bodě resp. jednostrannou spojitost, rozpozná (ne)spojitost z kartézského grafu
- definuje limitu funkce v bodě, resp. jednostrannou limitu obecně
- rozlišuje mezi limitou vlastní/nevlastní ve vlastním/nevlastním bodě, vysvětlí s využitím obrázku
- vyjmenuje základní vlastnosti limity funkce
- formuluje větu o aritmetice limit
- objasní větu o limitě složené funkce a větu o sevření
- zná základní typové limity
- vysvětlí pojem funkce spojitá na intervalu
- vyjmenuje vlastnosti spojitě funkce na intervalu (omezenost, nabývání mezhodnot, existence maxima a minima)
- zapíše větu o nulovém bodu funkce a větu o hodnotě spojitě funkce, která na daném intervalu nulový bod nemá
- definuje asymptoty grafu funkce

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- zapíše úplné i prstencové okolí bodu (pomocí otevřených intervalů i jako řešení nerovnic) a graficky znázorní na číselné ose
- „z paměti“ určí ze znalosti elementárních funkcí a jejich grafů některé limity
- objasní užití definice limity funkce k ověření, že funkce má v daném bodě danou hodnotu limity
- užije dosazení pro určení „limitního typu“ – viz rozšířená množina reálných čísel
- využije k výpočtu limity spojitost, lokální vlastnost limity, větu o aritmetice limit, vhodné rozšíření, krácení či vytýkání, větu o limitě složené funkce a znalost typových limit
- „z paměti“ určí ze znalosti elementárních funkcí a jejich grafů, zda je funkce v daném bodě resp. na intervalu spojitá nebo nespojitá
- geometricky interpretuje vlastnosti funkce spojitě na intervalu a naznačí užití vět o spojitosti na intervalu
- určí asymptoty grafu funkce

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- rozlišuje pojmy funkční hodnota funkce, limita funkce v bodě a spojitost funkce v bodě, chápe pojem „lokální“ vlastnost
- vysvětlí princip nalezení nulového bodu spojitě funkce na uzavřeném intervalu
- analyzuje, zda spojitá funkce na daném intervalu nabývá kladné nebo záporné hodnoty
- používá získané znalosti a dovednosti v dalších oblastech kalkulu – např. k zavedení derivace funkce, při vyšetřování průběhu funkce (limity v bodech nespojitosti a v krajních bodech) atd.

6. DERIVACE

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- formuluje definici derivace v bodě resp. jednostranné derivace funkce v bodě
- popíše možné významy hodnoty derivace funkce v bodě: směrnice tečny ke grafu funkce v daném bodě, (okamžitá) rychlost, míra změny,...
- definuje induktivně derivace vyšších řádů
- zná důsledek existence derivace funkce v bodě pro spojitost funkce v tomto bodě
- zavede pojem derivace funkce na otevřeném intervalu
- zapíše pravidla pro derivaci součtu, součinu a podílu funkcí
- vysvětlí větu o derivaci složené funkce
- zná základní typové derivace

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- objasní postup vedoucí k určení derivace jednoduchých funkcí pomocí definice
- vypočítá derivace zadaných funkcí pomocí vět o derivaci součtu, součinu nebo podílu funkcí
- vypočítá derivaci zadané funkce pomocí věty o derivaci složené funkce
- určí derivace vyšších řádů
- nalezne obecnou rovnici tečny funkce v daném bodě

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- navrhne postup, podle něhož lze určit derivaci dané funkce
- interpretuje nalezené hodnoty derivace v daném bodě v závislosti na významu úlohy
- používá získané znalosti a dovednosti v dalších oblastech kalkulu – např. v aplikačních úlohách a při vyšetřování průběhu funkce

7. APLIKACE DERIVACÍ

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- vysvětlí význam znaménka směrnice tečny grafu funkce v daném bodě pro studium chování funkce v okolí tohoto bodu
- definuje stacionární body funkce
- popíše vztah mezi první derivací funkce a intervaly monotónnosti funkce
- uvede kritéria pro existenci a druh lokálních extrémů funkce
- popíše postup pro určení extrémů funkce na uzavřeném intervalu
- definuje konvexnost a konkávnost funkce na množině
- popíše vztah mezi druhou derivací funkce a konvexností a konkávností funkce v bodě, na množině
- definuje inflexní body funkce
- uvede kritéria pro určení inflexních bodů funkce

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- určí intervaly monotonie funkce
- stanoví stacionární body funkce a body, v nichž neexistuje derivace funkce
- určí intervaly konvexnosti a konkávnosti funkce

- stanoví inflexní body funkce
- rozhodne pomocí kritérií o existenci lokálních extrémů funkce, určí jejich druh a vypočte extrémální hodnoty funkce
- určí extrémy funkce na uzavřeném intervalu

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- aplikuje získané znalosti a dovednosti v problematice jednorozměrných optimalizačních úloh a vhodně interpretuje získané výsledky

8. PRŮBĚH FUNKCE

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- popíše postup a vysvětlí metody vedoucí k určení průběhu funkce

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- s využitím pojmového a výpočetního aparátu osvojeného v tématech 3 až 7 samostatně určí průběh funkce

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- chápe algoritmus pro stanovení průběhu funkce jako klíčový nástroj pro určení průběhu funkce a zároveň jako vyústění teoretických poznatků z témat 3 až 7

9. INTEGRÁLY

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- definuje pojem funkce primitivní k funkci dané na množině M
- rozumí principu existence a počtu funkcí primitivních k funkci dané na nějaké množině
- sestaví tabulku neurčitých integrálů elementárních funkcí
- chápe princip linearity neurčitého integrálu
- popíše metody výpočtů neurčitých integrálů - per partes a jednoduchá substituce
- zapíše Newton-Leibnizův vztah pro určitý integrál

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- využije tabulku základních primitivních funkcí a uplatní princip linearity k výpočtu neurčitého integrálu
- vypočte neurčitý integrál metodou per partes
- vypočte neurčitý integrál metodou jednoduché substituce
- ověří správnost určené primitivní funkce
- určí hodnotu určitého integrálu

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- rozpozná v jednoduchém problému nutnost použití integrování
- zvolí vhodně metody integrování
- umí určit obsah plochy pod grafem funkce jako hodnotu určitého integrálu

10. SOUSTAVY LINEÁRNÍCH ROVNIC

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- určí „rozměr“ soustavy lineárních rovnic, pojmenuje neznámé, koeficienty
- zapíše (rozšířenou) matici soustavy
- vyjmenuje elementární řádkové úpravy
- popíše postup GEM resp. JEM
- vysvětlí pojem ekvivalentnosti soustav/matic
- definuje horní trojúhelníkovou resp. redukovanou matici

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- využívá při GEM resp. JEM odpovídající ERO
- odhadne v odpovídající fázi výsledek – soustava má jediné řešení/soustava nemá řešení/soustava má nekonečně mnoho řešení, objasní svůj odhad
- vyjádří řešení soustavy ve správném tvaru
- řeší vhodnou metodou jednoduché soustavy lineárních rovnic s parametrem

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- aplikuje postupy při řešení úloh z praxe (např. rozvrhování výroby, úlohy o směsích, řešení sítí, úlohy z analytické geometrie...)
- použije pro matematický model reálné situace odpovídající soustavu lineárních rovnic
- navrhne vhodnou metodu pro řešení sestavené soustavy lineárních rovnic
- Interpretuje výsledek s ohledem na reálnou situaci (např. požadavek nezápornosti či celočíselnosti výsledku)
- diskutuje řešitelnost soustav lineárních rovnic s parametrem v závislosti na parametru

11. MATICE

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- definuje obdélníkovou/čtvercovou matici
- uvede speciální matice
- popíše operace s maticemi
- zapíše prvek c_{ij} matice $C = A \cdot B$
- vysvětlí postup vedoucí k nalezení inverzní matice
- určí symbolickým zápisem řešení maticové rovnice

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- vyjádří transponovanou matici
- provádí základní operace s maticemi
- vypočte součin matic
- nalezne inverzní matici pomocí úprav „dvojmatice“
- řeší jednoduché maticové rovnice

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- aplikuje poznatky o maticích při řešení úloh z praxe - zejména řešení soustav lineárních rovnic

12. DETERMINANTY

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- chápe determinant jako číslo přiřazené čtvercové matici
- reprodukuje Sarrusovo pravidlo
- vysvětlí rozvoj determinantu podle řádku/sloupce
- vyjmenuje vlastnosti determinantů
- zapíše Cramerovo pravidlo
- definuje pojem regulární/singulární matice
- vysvětlí postup nalezení inverzní matice užitím determinantů

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- vypočte determinant Sarrusovým pravidlem
- rozepíše a vypočte determinant rozvojem podle řádku/sloupce
- řeší soustavu rovnic pomocí Cramerova pravidla
- interpretuje při řešení pomocí Cramerova pravidla situaci $\det A = 0$
- upraví a vypočte determinant s využitím vlastností determinantů
- rozhodne o existenci inverzní matice pomocí hodnoty $\det A$
- pro matici řádu 2 určí inverzní matici s užitím determinantů

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- aplikuje poznatky o determinantech při řešení úloh z praxe - zejména řešení soustav rovnic

Výstupy ze studia – Learning Outcomes v jednotlivých kapitolách předmětu MOV1

Martin Gavalec, Hana Tomášková, 14.7.2011, revize říjen 2012

Předmět: Metody operačního výzkumu I

Předpoklady: Základy matematiky I, II

Popis předmětu: Základní úlohy operačního výzkumu a metody jejich řešení.

Cíl předmětu: Student po absolvování předmětu získá znalosti o základních úlohách operačního výzkumu a dovednosti v metodách jejich řešení. Bude schopen použít probrané metody na řešení základních optimalizačních problémů praxe.

Téma 1: Modely lineárního programování: obsah nebo sylabus:

- Charakterizace operačního výzkumu
- Modelový přístup k rozhodovacímu problému
- Modely lineárního programování
- Standardní model LP
- Přípustné a optimální řešení
- Grafická interpretace úlohy LP
- Grafické řešení dvourozměrné úlohy LP

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- Vymezí problematiku, kterou se zabývá operační výzkum
- Objasní pojem rozhodovací problém
- Popíše jednotlivé etapy modelového přístupu
- Objasní pojem ekonomický model a popíše jeho součásti
- Objasní pojem matematický model a popíše jeho součásti
- Vysvětlí vztah mezi ekonomickým a matematickým modelem
- Vymezí pojem model lineárního programování (LP)
- Popíše standardní model LP
- Definuje přípustné a optimální řešení úlohy LP a popíše vztah mezi nimi
- Objasní grafickou interpretaci úlohy LP a vymezí podmínky, kdy je grafická interpretace možná
- Popíše grafickou metodu řešení dvourozměrné úlohy LP

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- Uvede příklady rozhodovacího problému ve tvaru ekonomického modelu
- Vyznačí součásti ekonomického modelu
- Vytvoří matematický model k ekonomickému modelu
- Vyznačí součásti matematického modelu
- Určí, zda matematický model je nebo není lineární
- Převede lineární matematický model do standardního tvaru
- Určí, zda řešení úlohy LP je nebo není přípustné
- Vytvoří grafickou reprezentaci dvourozměrné úlohy LP
- Grafickou metodu nalezne všechna řešení dvourozměrné úlohy LP
- Grafickou metodu rozpozná, zda dvourozměrná úloha LP má jediné optimální řešení, více než jedno optimální řešení, žádné přípustné řešení, nebo má přípustné řešení, ale nemá žádné optimální řešení

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- Pro jednoduchý rozhodovací problém sestaví ekonomický a matematický model
- Identifikuje, zda rozhodovací problém je lineární
- Identifikuje, zda rozhodovací problém je řešitelný grafickou metodou
- V graficky reprezentovatelném rozhodovacím problému rozpozná, zda problém má přípustné řešení
- V graficky reprezentovatelném rozhodovacím problému rozpozná, zda problém má optimální řešení
- Popíše množinu všech optimálních řešení graficky reprezentovatelného rozhodovacího problému.

Téma 2 : Simplexová metoda: obsah nebo sylabus:

- Ekvivalentní soustava rovnic
- Základní věta lineárního programování
- Typy řešitelnosti úlohy LP
- Simplexová metoda
- Test optimality
- Volba nové báze
- Výpočet nové simplexové tabulky
- Ukončení výpočtu

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- Definuje pojem ekvivalentní soustava rovnic
- Popíše způsob převedení soustavy nerovnic na ekvivalentní soustavu rovnic
- Definuje pojem přídatná proměnná
- Objasní pojem soustava rovnic v základním tvaru
- Popíše pojem řešení úlohy LP v základním tvaru
- Popíše pojmy základní a nezákladní proměnná
- Formuluje základní větu LP a vysvětlí její praktické důsledky
- Popíše typy řešitelnosti úloh LP
- Vysvětlí pojem simplexová metoda a popíše obecný postup výpočtu
- Popíše vytvoření výchozí simplexové tabulky
- Popíše postup při testu optimality
- Vysvětlí volbu vstupující a vystupující proměnné
- Vysvětlí postup výpočtu koeficientů nové simplexové tabulky
- Definuje matici elementárních řádkových operací a její vztah k provedení těchto operací na dané matici

- Formuluje podmínku ukončení výpočtu

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- Převeďte soustavu nerovnic na ekvivalentní soustavu rovnic
- Určí znaménka přídatných proměnných podle orientace příslušných nerovnic
- Určí, zda soustava rovnic je nebo není v základním tvaru
- Určí, které proměnné v soustavě rovnic jsou základní a které jsou nezákladní
- Napiše řešení soustavy rovnic v základním tvaru
- V grafickém znázornění dvourozměrného modelu najde všechna základní řešení a určí, která z nich jsou přípustná
- Uvede příklady úloh LP pro každý typ řešitelnosti
- Vytvoří výchozí simplexovou tabulku pro standardní úlohu LP
- Určí, zda řešení dané simplexovou tabulkou je optimální
- V simplexové tabulce určí nejvhodnější vstupující proměnnou
- Ke zvolené vstupující proměnné určí nejvhodnější vstupující proměnnou
- Ke zvolené vstupující a vystupující proměnné určí matici elementárních řádkových operací
- Pomocí matice elementárních řádkových operací najde koeficienty nové simplexové tabulky
- Zjistí, kdy je výpočet simplexovou metodou ukončen

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- Pro jednoduchý rozhodovací problém identifikuje, zda problém je lineární a zda je řešitelný simplexovou metodou ve standardním tvaru
- Sestaví matematický model pro daný problém a převede ho do standardního tvaru
- Zavede přídatné proměnné a sestaví simplexovou tabulku matematického modelu daného problému
- Použije simplexovou metodu k nalezení optimálního řešení daného problému
- Rozpozná, když problém nemá optimální řešení
- Rozpozná, když problém má alternativní optimální řešení
- Nalezne všechna alternativní řešení v základním tvaru
- Ověří, zda nalezená řešení splňují podmínky rozhodovacího problému

Téma 3: Dvofázová simplexová metoda: obsah nebo sylabus:

- Maticový zápis simplexové metody
- Výchozí simplexová tabulka
- Průběžná simplexová tabulka
- Duální proměnné v konečné simplexové tabulce
- Dvofázová simplexová metoda
- Výpočet přípustného řešení - fáze 1

- Výpočet optimálního řešení - fáze 2
- Řešení obecné úlohy LP
- Metoda pomocné účelové funkce
- Dvofázová simplexová tabulka
- Možnosti ukončení výpočtu

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- Popíše maticový zápis simplexové metody
- Vysvětlí maticový zápis výchozí simplexové tabulky
- Vysvětlí maticový zápis průběžné simplexové tabulky
- Popíše duální proměnné v konečné simplexové tabulce
- Objasní princip dvofázové simplexové metody a účel jednotlivých fází
- Vysvětlí pojmy pomocná proměnná, pomocná účelová funkce a vztahy mezi nimi
- Vysvětlí vytvoření výchozí dvofázové simplexové tabulky
- Popíše výpočet přípustného řešení ve fázi 1
- Popíše výpočet optimálního řešení ve fázi 2
- Popíše možnosti ukončení výpočtu ve dvofázové metodě a způsob, jak se jednotlivé možnosti ve výpočtu projeví

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- Ve výchozí simplexové tabulce určí význam jednotlivých submatic
- V průběžné simplexové tabulce určí význam jednotlivých submatic
- V konečné simplexové tabulce určí duální proměnné
- Zavede potřebné pomocné proměnné a vytvoří pomocnou účelovou funkci
- Vytvoří výchozí dvofázovou simplexovou tabulku
- Určí, kdy je ukončena fáze 1
- Najde první přípustné řešení ve fázi 1
- Určí, kdy je ukončena fáze 2
- Najde optimální řešení ve fázi 2
- Po ukončení dvofázového výpočtu určí, zda úloha má jediné optimální řešení, více než jedno optimální řešení, žádné přípustné řešení, nebo má přípustné řešení, ale nemá žádné optimální řešení

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- Je schopen v maticovém zápisu simplexové tabulky správně interpretovat jednotlivé submatice a použít takto získané informace při řešení složitějších problémů LP

- Pro jednoduchý rozhodovací problém identifikuje, zda je vhodné řešit problém dvoufázovou simplexovou metodou
- Zavede potřebné přídatné a pomocné proměnné a použije dvoufázovou simplexovou metodu na nalezení optimálního řešení daného problému
- Po ukončení první fáze výpočtu určí, zda problém má alespoň jedno přípustné řešení
- Po ukončení druhé fáze výpočtu popíše množinu všech základních optimálních řešení daného problému

Téma 4: Dualita v lineárním programování: obsah nebo sylabus:

- Duálně sdružené úlohy LP
- Souměrná dualita
- Nesouměrná dualita
- Duálně sdružená optimální řešení
- Věta o rovnováze
- Přípustnost a optimalita řešení
- Věta o přípustnosti
- Interpretace a využití duality
- Interval stability stínových cen
- Duální simplexová metoda

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- Vysvětlí pojem duálně sdružené úlohy LP
- Popíše dvojici souměrně duálních úloh
- Charakterizuje pojem nesouměrná dualita
- Popíše duálně sdružená optimální řešení
- Formuluje a vysvětlí větu o rovnováze
- Definuje pojmy primárně přípustné a duálně přípustné řešení a jejich vztah k optimálnímu řešení
- Formuluje a vysvětlí větu o přípustnosti
- Popíše možné interpretace duálních proměnných a jejich využití
- Popíše výpočet intervalů stability pro stínové ceny
- Vysvětlí postup výpočtu při duální simplexové metodě a podmínky jejího použití

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- K úloze LP ve standardním tvaru sestrojí duálně sdruženou úlohu
- Určí, zda dvojice duálních úloh je souměrně sdružená
- Z optimální simplexové tabulky určí optimální řešení duálně sdružené úlohy

- V optimální simplexové tabulce najde všechny dvojice duálně sdružených proměnných, které jsou popsány ve větě o rovnováze
- Určí, zda simplexová tabulka je primárně přípustná, nebo duálně přípustná, nebo obojí
- V optimální simplexové tabulce určí stínové ceny
- Vypočte intervaly stability pro stínové ceny
- Duální simplexovou metodou najde optimální řešení v duálně přípustné simplexové tabulce

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- Pro jednoduchý rozhodovací problém sestaví primární a duální matematický model a využije vztahy mezi nimi pro zjednodušení výpočtu
- Využije věty o rovnováze pro vhodné zjednodušení výpočtu
- Využije věty o přípustnosti pro provedení výpočtu duální simplexovou metodou
- Je schopen řešit rozhodovací problém použitím duálního matematického modelu a následným odvozením primárního řešení
- Je schopen interpretovat strukturní i přídatné duální proměnné a použít jejich interpretaci k nalezení doplňujících informací o rozhodovacím problému
- Ekonomicky interpretuje stínové a redukované ceny v daném rozhodovacím problému
- Vypočte a interpretuje intervaly stability pro stínové ceny

Téma 5: Post-optimalizační analýza: obsah nebo sylabus:

- Post-optimalizační analýza
- Modifikace simplexové tabulky
- Změna vektoru pravých stran
- Změna cenových koeficientů
- Změna počtu proměnných - přidání
- Změna počtu proměnných - vypuštění
- Změna počtu rovnic - přidání
- Změna počtu rovnic - vypuštění

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- Vysvětlí pojem post-optimalizační analýza (POA)
- Popíše postup POA při změně vektoru pravých stran
- Popíše postup POA při změně cenových koeficientů
- Popíše postup POA při přidání proměnných
- Popíše postup POA při vypuštění proměnných
- Popíše postup POA při přidání rovnic

- Popíše postup POA při vypuštění rovnic

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- Metodou POA najde nové optimální řešení při změně vektoru pravých stran
- Metodou POA najde nové optimální řešení při změně cenových koeficientů
- Metodou POA najde nové optimální řešení při přidání proměnných
- Metodou POA najde nové optimální řešení při vypuštění proměnných
- Metodou POA najde nové optimální řešení při přidání rovnic
- Metodou POA najde nové optimální řešení při vypuštění rovnic

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- Je schopen použít metody post-optimalizační analýzy na výpočet nového optimálního řešení lineárního rozhodovacího problému bez nutnosti opakování již provedeného optimalizačního výpočtu
- Metodu post-optimalizační analýzy je schopen v daném problému použít při změně kapacit nebo cenových koeficientů
- Metodu post-optimalizační analýzy je schopen v daném problému použít při změně počtu proměnných (přidání - ubrání)
- Metodu post-optimalizační analýzy je schopen v daném problému použít při změně počtu strukturálních omezení (přidání - ubrání)
- Je schopen rozlišit, zda ve změněném problému je zachována optimálnost řešení
- Provede dodatečnou optimalizaci změněného řešení, pokud optimálnost nebyla zachována

Téma 6 : Dopravní problém: obsah nebo sylabus:

- Ekonomický model dopravního problému
- Matematický model dopravního problému
- Nalezení výchozího základního řešení
- Metoda SZ rohu
- Metoda minimální ceny
- Optimalizace základního řešení
- Volba vstupující proměnné
- Volba vystupující proměnné
- Přepočítání tabulky dopravního problému

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- Formuluje ekonomický model dopravního problému
- Formuluje matematický model dopravního problému

- Popíše nalezení výchozího základního řešení metodou SZ rohu
- Popíše nalezení výchozího základního řešení metodou minimální ceny
- Vysvětlí obecný postup optimalizace dopravního problému
- Popíše výpočet duálních proměnných a redukovaných cen
- Vysvětlí volbu vstupující proměnné a podmínku optimality
- Popíše postup při vytvoření uzavřeného cyklu v tabulce dopravního problému
- Vysvětlí volbu vystupující proměnné a přepočítání tabulky dopravního problému
- Formuluje podmínku ukončení výpočtu

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- Ekonomický model dopravního problému převede na matematický model
- Nalezne výchozí základní řešení metodou SZ rohu
- Nalezne výchozí základní řešení metodou minimální ceny
- V tabulce dopravního problému výpočte duální proměnné a redukované ceny
- Určí vhodnou vstupující proměnnou
- Vytvoří uzavřený cyklus obsahující zvolenou vstupující proměnnou
- Určí vhodnou vystupující proměnnou
- Přepočítá koeficienty tabulky dopravního problému pro novou bázi
- Určí, zda tabulka dopravního problému obsahuje optimální řešení

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- Je schopen najít optimální řešení jednoduchého dopravního problému
- Určí, zda v daném dopravním problému je jako výchozí řešení vhodnější to, které bylo nalezeno metodou SZ rohu, nebo metodou minimální ceny
- Vztah mezi simplexovou tabulkou a dopravní tabulkou je schopen využít při řešení problému
- Vztah mezi primárním a duálním modelem je schopen využít při řešení problému
- Využívá interpretaci uzavřeného cyklu při změně báze k průběžné kontrole správnosti výpočtu
- Podle potřeby je schopen najít alternativní optimální řešení daného problému nebo rozpoznat, že optimální řešení je jediné

Téma 7: Řízení projektu - metody CPM a PERT: obsah nebo sylabus:

- Řízení projektu a síťové grafy
- Metoda kritické cesty (CPM)
- Algoritmus CPM
- Výpočet časových rezerv
- Pravděpodobnostní metoda PERT
- Vstupní data pro PERT
- Algoritmus PERT

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- Formuluje úlohu o řízení projektu
- Popíše vstupní data úlohy CPM
- Vysvětlí vytvoření síťového grafu pro danou úlohu CPM
- Popíše postup výpočtu při algoritmu CPM
- Definuje pojem časová rezerva činnosti, časová rezerva projektu a popíše způsob jejího výpočtu
- Popíše vstupní data úlohy PERT
- Popíše postup výpočtu při algoritmu PERT
- Vysvětlí výstupy úlohy PERT a způsoby jejich výpočtu

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- Ekonomický model úlohy o řízení projektu převede na matematický model
- Vstupní data úlohy CPM použije na sestavení síťového grafu
- Vypočte nejdříve možné a nejpozději nutné začátky a konce činností projektu
- Vypočte časové rezervy činnosti a časovou rezerva celého projektu
- Vstupní data úlohy PERT použije na sestavení síťového grafu
- Vypočte střední doby trvání všech činností a jejich směrodatné odchylky
- Najde kritickou cestu projektu, vypočte střední dobu jejího trvání a směrodatnou odchylku
- Určí pravděpodobnost ukončení projektu v zadaném termínu
- Určí termín ukončení projektu, který bude dodržen s danou pravděpodobností

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- V jednoduché úloze řízení projektu metodou CPM je schopen sestavit síťový graf daného projektu a určit kritickou cestu
- Je schopen určit všechny kritické činnosti daného projektu, jejich časové rezervy a časovou rezerva celého projektu
- Vypočte nejdříve možný a nejpozději nutný začátek a konec pro každou činnost projektu
- V jednoduché úloze řízení projektu metodou PERT sestaví síťový graf, najde kritickou cestu projektu a vypočte střední dobu i směrodatnou odchylku jejího trvání
- Určí pravděpodobnost ukončení projektu v zadaném termínu
- Určí termín ukončení projektu, který bude dodržen s danou pravděpodobností

Téma 8: Modely řízení zásob: obsah nebo sylabus:

- Deterministické modely řízení zásob
- Optimální strategie doplňování zásob
- Minimalizace nákladů
- Řešení deterministických modelů
- Model I - plné uspokojení poptávky
- Model II - částečné uspokojení poptávky
- Model III - produkčně-spotřební model
- Stochastické modely řízení zásob
- Formulace stochastického modelu
- Řešení stochastických modelů

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- Formuluje pojem deterministický model řízení zásob
- Vyjmenuje základní strategie sledování a doplňování zásob
- Vyjmenuje složky nákladové funkce u deterministického modelu
- Vysvětlí obecný postup řešení deterministického modelu
- Popíše deterministický model s plným uspokojením poptávky
- Popíše deterministický model s částečným uspokojením poptávky
- Popíše deterministický produkčně-spotřební model
- Formuluje pojem stochastický model řízení zásob
- Vysvětlí obecný postup řešení stochastického modelu
- Definuje pojem úroveň obsluhy u stochastického modelu
- Popíše postup řešení stochastického modelu
- Popíše postup řešení stochastického modelu s jednorázovým vytvořením zásoby

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- Převeďte ekonomický model řízení zásob na matematický model
- Určí složky nákladové funkce modelu řízení zásob
- Najde optimální strategii doplňování zásob v deterministickém modelu s plným uspokojením poptávky
- Najde optimální strategii doplňování zásob v deterministickém modelu s částečným uspokojením poptávky
- Najde optimální strategii doplňování zásob v deterministickém produkčně-spotřebním modelu
- Najde optimální strategii doplňování zásob ve stochastickém modelu pro danou úroveň obsluhy
- Najde optimální strategii pro stochastický model s jednorázovým vytvořením zásoby

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- Je schopen najít optimální strategii doplňování zásob v jednoduché deterministické úloze řízení zásob s plným uspokojením poptávky
- Je schopen najít optimální strategii doplňování zásob v jednoduché deterministické úloze řízení zásob s částečným uspokojením poptávky
- Je schopen najít optimální strategii doplňování zásob v jednoduché deterministické úloze řízení zásob v produkčně-spotřebním případě
- Najde optimální strategii doplňování zásob ve stochastické úloze řízení zásob pro danou úroveň obsluhy
- Najde optimální strategii ve stochastické úloze s jednorázovým vytvořením zásoby

Téma 9: Modely hromadné obsluhy: obsah nebo sylabus:

- Struktura modelu hromadné obsluhy
- Klasifikace modelů hromadné obsluhy
- Vztahy mezi základními charakteristikami
- Exponenciální model M/M/1
- Exponenciální model M/M/c
- Další analyticky řešitelné modely
- Optimalizace v modelech hromadné obsluhy

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- Popíše strukturu modelu hromadné obsluhy (HO)
- Vysvětlí systém klasifikace modelů HO
- Vyjmenuje základní charakteristiky modelu HO
- Popíše vztahy mezi základními charakteristikami modelu HO
- Charakterizuje exponenciální model M/M/1
- Popíše základní charakteristiky modelu M/M/1 a podmínku stability modelu
- Charakterizuje exponenciální model M/M/c
- Popíše základní charakteristiky modelu M/M/c a podmínku stability modelu
- Vyjmenuje několik dalších analyticky řešitelných modelů
- Zapiše nákladovou funkci v obecném modelu hromadné obsluhy
- Vysvětlí jednoduchou optimalizační metodu v modelech M/M/1 a M/M/c

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- Ekonomický model HO převede na matematický model
- Určí typ modelu podle systému klasifikace modelů HO

- Pro model typu M/M/1 vypočte hodnoty základních charakteristik modelu a určí, zda je splněna podmínka stability modelu
- Pro model typu M/M/c vypočte hodnoty základních charakteristik modelu a určí, zda je splněna podmínka stability modelu
- Určí hodnotu nákladové funkce, provede jednoduchou optimalizaci modelu HO

Způsobnosti: po prostudování této kapitoly studující

- V jednoduché úloze o systému hromadné obsluhy je schopen určit typ úlohy podle standardní klasifikace modelů HO a rozhodnout, zda úloha je známými metodami analyticky řešitelná
- Pro systém typu M/M/1 nebo M/M/c je schopen určit hodnoty základních charakteristik systému a určit, zda je splněna podmínka stability
- Vytvoří nákladovou funkci pro danou úlohu, vypočte její hodnotu a provede optimalizaci systému

Výstupy ze studia – Learning Outcomes v jednotlivých kapitolách předmětu MOV2

Martin Gavalec, Hana Tomášková, 17. 12. 2011, revize říjen 2012

<u>Předmět:</u>	Metody operačního výzkumu II
<u>Předpoklady:</u>	Základy matematiky I, II, Metody operačního výzkumu I
<u>Popis předmětu:</u>	Vybrané úlohy operačního výzkumu a metody jejich počítačového řešení.
<u>Cíl předmětu:</u>	Student po absolvování předmětu získá znalosti o vybraných úlohách operačního výzkumu a dovednosti v počítačových metodách jejich řešení. Bude schopen pomocí probraných metod řešit praktické problémy středního rozsahu ve vybraných oblastech operačního výzkumu.

Téma 1: Počítačové řešení úloh lineárního programování v programu Excel: obsah nebo sylabus:

- Modely lineárního programování
- Standardní optimalizační úloha LP
- Počítačové řešení optimalizační úlohy v programu Excel
- Příprava vstupních dat pro optimalizační úlohu
- Chybová hlášení během výpočtu
- Interpretace výstupních dat (výsledková zpráva)

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- Objasní pojem model lineárního programování a popíše jeho součásti
- Vymezí pojem standardní optimalizační úloha LP
- Popíše nástroj Řešitel v programu Excel a jeho použití
- Vymezí vstupní data pro řešení optimalizační úlohy
- Vysvětlí chybová hlášení Řešitele během výpočtu
- Vysvětlí výstupní údaje ve výsledkové zprávě

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- Uvede příklady ekonomického modelu LP
- Vyznačí součásti ekonomického modelu
- Vytvoří matematický model k ekonomickému modelu
- Převede lineární matematický model do standardního tvaru
- Připraví nástroj Řešitel v programu Excel k použití pro úlohy LP
- Připraví vstupní data dané optimalizační úlohy pro nástroj Řešitel
- Interpretuje chybová hlášení Řešitele a odstraní hlášené chyby ve výpočtu
- Interpretuje výstupní údaje ve výsledkové zprávě a formuluje odpovědi pro danou úlohu LP

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- Pro daný rozhodovací problém LP středního rozsahu sestaví ekonomický a matematický model
- Najde optimální řešení rozhodovacího problému středního rozsahu pomocí Řešitele v programu Excel
- Během výpočtu pomocí Řešitele přiměřeně reaguje na chybová hlášení Řešitele a odstraní hlášené chyby
- Po ukončení výpočtu pomocí Řešitele správně interpretuje výsledkovou zprávu a formuluje konečné odpovědi
- Popíše množinu všech optimálních řešení daného rozhodovacího problému

Téma 2: Analýza senzitivity: obsah nebo sylabus:

- Duální úloha LP a její využití v analýze senzitivity
- Analýza senzitivity v Excelu
- Interpretace dat senzitivity (citlivostní zpráva)
- Stínové ceny a jejich meze
- Redukované náklady a jejich meze

- Post-optimalizační analýza v Excelu

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- Objasní pojem duální úloha LP a popíše její využití v analýze senzitivity
- Popíše provedení analýzy senzitivity pomocí Řešitele v Excelu
- Vysvětlí výstupní údaje (data senzitivity) v citlivostní zprávě
- Objasní interpretaci dat senzitivity
- Objasní pojem stínové ceny a jejich meze
- Objasní pojem redukované náklady a jejich meze
- Popíše provedení post-optimalizační analýzy pomocí Řešitele v Excelu

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- K dané úloze LP vytvoří duální úlohu a použije její součásti v analýze senzitivity primární úlohy
- Provede analýzu senzitivity dané úlohy pomocí Řešitele
- Interpretuje výstupní údaje (data senzitivity) v citlivostní zprávě a formuluje odpovědi pro danou úlohu LP
- Určí stínové ceny a jejich meze pomocí Řešitele a interpretuje zjištěné hodnoty
- Určí redukované náklady a jejich meze pomocí Řešitele a interpretuje zjištěné hodnoty
- Provede post-optimalizační analýzu pomocí Řešitele

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- Pro danou citlivostní úlohu středního rozsahu provede analýzu senzitivity pomocí Řešitele v programu Excel, na základě získaných dat senzitivity formuluje požadované doporučení pro optimální postup
- Pro danou citlivostní úlohu středního rozsahu určí stínové ceny omezujících činitelů a jejich meze pomocí Řešitele, na základě stínových cen formuluje požadovaná doporučení pro optimální postup
- Pro danou citlivostní úlohu středního rozsahu určí redukované náklady a jejich meze pomocí Řešitele, na základě redukovaných nákladů formuluje požadovaná doporučení pro optimální postup
- Pro danou optimalizační úlohu středního rozsahu provede post-optimalizační analýzu pomocí Řešitele

Téma 3: Celočíselné modely LP: obsah nebo sylabus:

- Přednosti a nevýhody celočíselných modelů
- Vztah mezi spojitým a celočíselným řešením úlohy
- Možné přístupy k řešení úlohy ILP
- Exaktní metody výpočtu celočíselného řešení
- Speciální metody pro některé typy problémů ILP
- Výpočet celočíselného řešení v Excelu

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- Popíše přednosti a nevýhody celočíselných modelů
- Vysvětlí vztah mezi spojitým a celočíselným řešením úlohy
- Popíše možné přístupy k řešení úlohy ILP, jejich přednosti a nevýhody
- Vyjmenuje alespoň dvě obecné exaktní metody řešení úlohy ILP
- Vyjmenuje alespoň dvě metody pro speciální typy problémů ILP
- Popíše postup výpočtu celočíselného řešení v Excelu

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- Pro danou úlohu LP v ekonomickém tvaru určí, zda se jedná o úlohu ILP
- Posoudí přednosti a nevýhody celočíselného přístupu k dané úloze ILP v ekonomickém tvaru
- Provede výpočet celočíselného řešení dané úlohy ILP v matematickém tvaru pomocí Řešitele
- Interpretuje a porovná spojitě a celočíselné řešení dané úlohy ILP

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- Je schopen pro danou úlohu LP středního rozsahu v ekonomickém tvaru rozpoznat, zda se jedná o úlohu ILP; v kladném případě určí, který přístup je v daném případě nejvhodnější pro nalezení celočíselného řešení
- Najde celočíselného řešení dané úlohy ILP zvolenou metodou pomocí Řešitele

Téma 4: Binární a smíšené modely LP: obsah nebo sylabus:

- Optimalizační úlohy s logickými podmínkami
- Optimalizační modely BILP
- Výpočet optimálního řešení modelu BILP v Excelu
- Smíšené optimalizační úlohy
- Optimalizační modely MILP
- Výpočet optimálního řešení modelu MILP v Excelu

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- Vysvětlí pojem optimalizační úloha s logickými podmínkami
- Charakterizuje optimalizační modely BILP
- Vysvětlí postup výpočtu optimálního řešení modelu BILP v Excelu
- Vysvětlí pojem smíšená optimalizační úloha
- Charakterizuje optimalizační modely MILP
- Vysvětlí postup výpočtu optimálního řešení modelu MILP v Excelu

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- Pro danou úlohu LP v ekonomickém tvaru určí, zda se jedná o úlohu BILP
- Pro danou optimalizační úlohu s logickými podmínkami sestaví ekonomický model BILP a matematický model BILP
- Provede výpočet optimálního řešení dané úlohy BILP v matematickém tvaru pomocí Řešitele
- Pro danou úlohu LP v ekonomickém tvaru určí, zda se jedná o úlohu MILP
- Pro danou smíšenou optimalizační úlohu sestaví ekonomický model MILP a matematický model MILP
- Provede výpočet optimálního řešení dané úlohy MILP v matematickém tvaru pomocí Řešitele

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- Je schopen pro danou úlohu LP středního rozsahu s logickými podmínkami v ekonomickém tvaru rozpoznat, zda se jedná o úlohu BILP; v kladném případě sestaví pro úlohu matematický model a provede výpočet optimálního řešení pomocí Řešitele
- Je schopen pro danou úlohu LP středního rozsahu se smíšenými podmínkami v ekonomickém tvaru rozpoznat, zda se jedná o úlohu MILP; v kladném případě sestaví pro úlohu matematický model a provede výpočet optimálního řešení pomocí Řešitele

Téma 5: Optimalizační úlohy na grafech: obsah nebo sylabus:

- Hranově ohodnocené orientované grafy
- Problém nejkratší cesty
- Varianty problému nejkratší cesty
- Výpočet nejkratší cesty v Excelu
- Výpočet nejkratší cesty v programu Net-logo

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- Vysvětlí pojem hranově ohodnocený orientovaný graf
- Definuje problém nejkratší cesty
- Popíše varianty problému nejkratší cesty
- Vysvětlí postup výpočtu nejkratší cesty v Excelu
- Vysvětlí postup výpočtu nejkratší cesty v programu Net-logo

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- Sestrojí hranově ohodnocený orientovaný graf k optimalizační úloze dané ve tvaru ekonomického modelu
- Sestrojí matematický model k dané optimalizační úloze na hranově ohodnoceném orientovaném grafu
- Zvolí vhodnou metodu řešení pro danou variantu problému nejkratší cesty
- Provede výpočet nejkratší cesty pomocí Řešitele v Excelu
- Provede výpočet nejkratší cesty v programu Net-logo

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- Je schopen sestavit hranově ohodnocený orientovaný graf k optimalizační úloze dané ve tvaru ekonomického modelu
- Je schopen sestavit matematický model k dané optimalizační úloze na hranově ohodnoceném orientovaném grafu
- Vhodnou metodou je schopen řešit danou variantu problému nejkratší cesty
- Je schopen řešit problém nejkratší cesty pomocí Řešitele v Excelu
- Je schopen řešit problém nejkratší cesty v programu Net-logo

Téma 6: Přiřazovací problém: obsah nebo sylabus:

- Dopravní problém v LP
- Přiřazovací problém v BILP
- Problém obchodního cestujícího (TSP)
- Řešení dopravního a přiřazovacího problému v Excelu
- Řešení dopravního a přiřazovacího problému v programu Net-logo
- Řešení problému TSP metodou postupného vylučování cyklů

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- Formuluje dopravní problém v LP
- Formuluje přiřazovací problém v BILP
- Formuluje problém obchodního cestujícího (TSP)
- Vysvětlí postup výpočtu řešení dopravního a přiřazovacího problému v Excelu
- Vysvětlí postup výpočtu řešení dopravního a přiřazovacího problému v programu Net-logo
- Vysvětlí postup výpočtu řešení problému TSP metodou postupného vylučování cyklů

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- Vytvoří matematický model dopravního problému pro úlohu danou ve tvaru ekonomického modelu
- Vytvoří matematický model přiřazovacího problému pro úlohu danou ve tvaru ekonomického modelu
- Vytvoří matematický model problému TSP pro úlohu danou ve tvaru ekonomického modelu
- Provede výpočet řešení dopravního a přiřazovacího problému pomocí Řešitele v Excelu
- Provede výpočet řešení dopravního a přiřazovacího problému v programu Net-logo
- Provede výpočet řešení problému TSP metodou postupného vylučování cyklů

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- Je schopen vytvořit matematický model dopravního problému pro úlohu danou ve tvaru ekonomického modelu
- Je schopen vytvořit matematický model přiřazovacího problému pro úlohu danou ve tvaru ekonomického modelu
- Je schopen vytvořit matematický model problému TSP pro úlohu danou ve tvaru ekonomického modelu
- Je schopen řešit dopravní a přiřazovací problém pomocí Řešitele v Excelu
- Je schopen řešit dopravní a přiřazovací problém v programu Net-logo
- Je schopen řešit problém TSP metodou postupného vylučování cyklů

Téma 7: Problém maximálního toku: obsah nebo sylabus:

- Hranově ohodnocený orientovaný graf s jedním pramenem a jedním ústím
- Problém maximálního toku s jedním pramenem a jedním ústím
- Problém maximálního toku v grafu s několika prameny a několika ústími
- Řešení problému maximálního toku v Excelu
- Řešení problému maximálního toku v programu Net-logo

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- Definiuje pojem hranově ohodnocený orientovaný graf s jedním pramenem a jedním ústím
- Formuluje problém maximálního toku s jedním pramenem a jedním ústím
- Formuluje problém maximálního toku v grafu s několika prameny a několika ústími
- Vysvětlí postup výpočtu řešení problému maximálního toku v Excelu
- Vysvětlí postup výpočtu řešení problému maximálního toku v programu Net-logo

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- Vytvoří matematický model problému maximálního toku s jedním pramenem a jedním ústím pro úlohu danou ve tvaru ekonomického modelu
- Vytvoří matematický model problému maximálního toku s několika prameny a několika ústími pro úlohu danou ve tvaru ekonomického modelu
- Provede výpočet řešení problému maximálního toku s jedním pramenem a jedním ústím pomocí Řešitele v Excelu
- Provede výpočet řešení problému maximálního toku s několika prameny a několika ústími pomocí Řešitele v Excelu
- Provede výpočet řešení problému maximálního toku s jedním pramenem a jedním ústím v programu Net-logo
- Provede výpočet řešení problému maximálního toku s několika prameny a několika ústími v programu Net-logo

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- Je schopen vytvořit matematický model problému maximálního toku s jedním pramenem a jedním ústím pro úlohu danou ve tvaru ekonomického modelu
- Je schopen vytvořit matematický model problému maximálního toku s několika prameny a několika ústími pro úlohu danou ve tvaru ekonomického modelu
- Je schopen řešit problém maximálního toku s jedním pramenem a jedním ústím pomocí Řešitele v Excelu
- Je schopen řešit problém maximálního toku s několika prameny a několika ústími pomocí Řešitele v Excelu
- Je schopen řešit problém maximálního toku s jedním pramenem a jedním ústím v programu Net-logo
- Je schopen řešit problém maximálního toku s několika prameny a několika ústími v programu Net-logo

Téma 8: Simulace modelů hromadné obsluhy: obsah nebo sylabus:

- Přednosti a nevýhody simulačních metod
- Generování náhodných veličin s daným rozdělením pravděpodobnosti
- Simulace modelů náhodného pobytu
- Simulace modelů hromadné obsluhy
- Optimalizace nákladů v modelech hromadné obsluhy
- Simulační výpočty v Excelu
- Simulační výpočty v programu Net-logo

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- Popíše přednosti a nevýhody simulačních metod
- Vysvětlí postup generování náhodných veličin s daným rozdělením pravděpodobnosti
- Charakterizuje strukturu simulačního modelu náhodného pobytu
- Charakterizuje strukturu simulačního modelu hromadné obsluhy
- Popíše optimalizaci nákladů v simulačním modelu hromadné obsluhy
- Vysvětlí postup simulačního výpočtu v Excelu
- Vysvětlí postup simulačního výpočtu v programu Net-logo

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- Vytvoří v Excelu tabulku distribuční funkce pro dané rozdělení pravděpodobnosti
- Vytvoří v Excelu tabulku hodnot náhodné veličiny s daným rozdělením pravděpodobnosti o požadovaném rozsahu
- Vytvoří v Excelu simulační model náhodného pobytu pro úlohu danou ve tvaru ekonomického modelu
- Vytvoří v Excelu simulační model hromadné obsluhy pro úlohu danou ve tvaru ekonomického modelu
- Provede v Excelu jednoduchý simulační výpočet v modelu náhodného pobytu
- Provede v Excelu jednoduchý simulační výpočet v modelu hromadné obsluhy
- Provede v programu Net-logo jednoduchý simulační výpočet v modelu náhodného pobytu
- Provede v programu Net-logo jednoduchý simulační výpočet v modelu hromadné obsluhy

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- Je schopen vytvořit v Excelu tabulku distribuční funkce pro dané rozdělení pravděpodobnosti

- Je schopen vytvořit v Excelu tabulku hodnot náhodné veličiny s daným rozdělením pravděpodobnosti o požadovaném rozsahu
- Je schopen vytvořit v Excelu simulační model náhodného pobytu pro úlohu danou ve tvaru ekonomického modelu
- Je schopen vytvořit v Excelu simulační model hromadné obsluhy pro úlohu danou ve tvaru ekonomického modelu
- Je schopen provést v Excelu jednoduchý simulační výpočet v modelu náhodného pobytu
- Je schopen provést v Excelu jednoduchý simulační výpočet v modelu hromadné obsluhy
- Je schopen provést v programu Net-logo jednoduchý simulační výpočet v modelu náhodného pobytu
- Je schopen provést v programu Net-logo jednoduchý simulační výpočet v modelu hromadné obsluhy

Téma 9: Simulace modelů řízení zásob: obsah nebo sylabus:

- Strategie v stochastických modelech řízení zásob
- Simulace zvolené strategie řízení zásob
- Sledování nákladů zvolené strategie
- Simulace řízení zásob v Excelu
- Simulace řízení zásob v programu Net-logo

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- Formuluje pojem stochastický model řízení zásob
- Vyjmenuje základní strategie v stochastických modelech řízení zásob
- Vysvětlí postup simulace zvolené strategie řízení zásob
- Vyjmenuje složky nákladové funkce u stochastického modelu
- Vysvětlí postup sledování nákladů zvolené strategie
- Popíše postup výpočtu v simulačním modelu řízení zásob v Excelu
- Popíše postup výpočtu v simulačním modelu řízení zásob v Net-logo

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- Vytvoří v Excelu simulační model řízení zásob pro úlohu danou ve tvaru ekonomického modelu
- Vytvoří v Excelu simulační model pro různé strategie řízení zásob v daném ekonomickém modelu
- Provede v Excelu simulační výpočet jednotlivých složek nákladové funkce stochastického modelu řízení zásob
- Provede v Excelu simulační výpočet hodnot nákladové funkce pro různé strategie řízení zásob

- Provede v programu Net-logo simulační výpočet jednotlivých složek nákladové funkce stochastického modelu řízení zásob
- Provede v programu Net-logo simulační výpočet hodnot nákladové funkce pro různé strategie řízení zásob

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- Je schopen vytvořit v Excelu simulační model řízení zásob pro úlohu danou ve tvaru ekonomického modelu
- Je schopen vytvořit v Excelu simulační model pro různé strategie řízení zásob v daném ekonomickém modelu
- Je schopen provést v Excelu simulační výpočet jednotlivých složek nákladové funkce stochastického modelu řízení zásob
- Je schopen provést v Excelu simulační výpočet hodnot nákladové funkce pro různé strategie řízení zásob
- Je schopen provést v programu Net-logo simulační výpočet jednotlivých složek nákladové funkce stochastického modelu řízení zásob
- Je schopen provést v programu Net-logo simulační výpočet hodnot nákladové funkce pro různé strategie řízení zásob

Téma 10: Testování simulačních modelů: obsah nebo sylabus:

- Simulační modely se sledováním nákladů
- Simulační metoda optimalizace dlouhodobých nákladů
- Statistické testování kvality simulačních modelů
- Srovnávací testování v Excelu
- Srovnávací testování v programu Net-logo

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- Charakterizuje simulační modely se sledováním nákladů
- Popíše simulační metodu optimalizace dlouhodobých nákladů
- Objasní základní metody statistické testování kvality simulačních modelů
- Popíše postup srovnávacího testování v Excelu
- Popíše postup srovnávacího testování v programu Net-logo

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- Provede v Excelu sérii simulačních výpočtů hodnot nákladové funkce pro různé strategie řízení zásob
- Provede v programu Net-logo sérii simulačních výpočtů hodnot nákladové funkce pro různé strategie řízení zásob

- Otestuje kvalitu různých strategií řízení zásob porovnáním vypočtených hodnot nákladové funkce pomocí Mann-Whitneyova testu
- Otestuje kvalitu různých strategií řízení zásob porovnáním vypočtených hodnot nákladové funkce pomocí párového t-testu
- Provede analýzu citlivosti testování kvality vůči hodnotám cenových koeficientů nákladové funkce

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- Je schopen provést v Excelu sérii simulačních výpočtů hodnot nákladové funkce pro různé strategie řízení zásob
- Je schopen provést v programu Net-logo sérii simulačních výpočtů hodnot nákladové funkce pro různé strategie řízení zásob
- Je schopen otestovat kvalitu různých strategií řízení zásob porovnáním vypočtených hodnot nákladové funkce pomocí Mann-Whitneyova testu
- Je schopen otestovat kvalitu různých strategií řízení zásob porovnáním vypočtených hodnot nákladové funkce pomocí párového t-testu
- Je schopen provést analýzu citlivosti testování kvality vůči hodnotám cenových koeficientů nákladové funkce

Téma 11: Manažment kvality: obsah nebo sylabus:

- Definice kvality v hromadné výrobě
- Zásady řízení kvality
- Průběžná kontrola kvality
- Diagram kvality pro střední hodnotu
- Diagram kvality pro směrodatnou odchylku
- Průběžná kontrola kvality v Excelu
- Průběžná kontrola kvality v programu Net-logo

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- Formuluje definici kvality v hromadné výrobě
- Vyjmenuje zásady řízení kvality
- Objasní postup při průběžné kontrole kvality
- Diagram kvality pro střední hodnotu
- Diagram kvality pro směrodatnou odchylku
- Popíše postup při průběžné kontrole kvality v Excelu
- Popíše postup při průběžné kontrole kvality v programu Net-logo

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- Na základě daných dat vytvoří v Excelu diagram kvality pro střední hodnotu sledovaného parametru
- Na základě daných dat vytvoří v Excelu diagram kvality pro směrodatnou odchylku sledovaného parametru
- Na základě daných dat vytvoří v programu Net-logo diagram kvality pro střední hodnotu sledovaného parametru
- Na základě daných dat vytvoří v programu Net-logo diagram kvality pro směrodatnou odchylku sledovaného parametru
- V daném diagramu kvality pro střední hodnotu určí místa, kde došlo k porušení nastavené úrovně kvality vzhledem k některému pravidlu
- V daném diagramu kvality pro směrodatnou odchylku určí místa, kde došlo k porušení nastavené úrovně kvality vzhledem k některému pravidlu

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- Na základě daných dat je schopen vytvořit v Excelu diagram kvality pro střední hodnotu sledovaného parametru
- Na základě daných dat je schopen vytvořit v Excelu diagram kvality pro směrodatnou odchylku sledovaného parametru
- Na základě daných dat je schopen vytvořit v programu Net-logo diagram kvality pro střední hodnotu sledovaného parametru
- Na základě daných dat je schopen vytvořit v programu Net-logo diagram kvality pro směrodatnou odchylku sledovaného parametru
- V daném diagramu kvality pro střední hodnotu je schopen určit místa, kde došlo k porušení nastavené úrovně kvality vzhledem k některému pravidlu
- V daném diagramu kvality pro směrodatnou odchylku je schopen určit místa, kde došlo k porušení nastavené úrovně kvality vzhledem k některému pravidlu

Výstupy ze studia – Learning Outcomes v jednotlivých kapitolách předmětu NUMA

Martin Gavalec, Pavel Pražák, 14. 7. 2011, revize říjen 2012

Předmět: Numerická a výpočetní matematika

Předpoklady: Základy matematiky I, II

Popis předmětu: Základní typy úloh numerické matematiky a výpočetní metody jejich řešení

Cíl předmětu:

Student po absolvování předmětu získá znalosti o základních typech numerických úloh a metodách k jejich řešení a získá dovednosti v provádění numerických výpočtů. Bude schopen použít probrané metody k řešení praktických výpočetních úloh.

Téma 1: Numerické výpočty: obsah nebo sylabus:

- Reprezentace čísel v počítači
- Absolutní chyba
- Relativní chyba
- Chyby při použití základních aritmetických operací
- Chyby při výpočtu funkčních hodnot
- Zaokrouhlování
- Podmíněnost úlohy

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- Vysvětlí, jakým způsobem jsou v počítači reprezentována čísla
- Popíše, jakým způsobem vznikají chyby při přípravě numerické úlohy
- Charakterizuje pojem aproximace čísla
- Rozlišuje mezi absolutní chybou aproximace čísla a jejím horním odhadem
- Formuluje pojem relativní chyba aproximace
- Vysvětlí, jak se projeví chyby vstupních hodnot na výpočtu funkční hodnot
- Zná vztahy pro výpočet chyby aproximace čísla při použití základních aritmetických operací
- Vysvětlí pojem podmíněnost úlohy

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- Určí aproximaci funkční hodnoty včetně horního odhadu absolutní chyby
- Nalezne relativní chybu aproximace a posoudí přesnost nalezené aproximace
- Určí číslo podmíněnosti numerické úlohy

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- Rozumí, jakým způsobem mohou vznikat chyby při reprezentaci čísla v počítači
- Zdůvodní, jak se přenáší chyby aproximace čísel při aritmetických operacích
- Analyzuje, zda je daná numerická úlohy dobře nebo špatně podmíněná

Téma 2: Nelineární rovnice: obsah nebo sylabus:

- Bolzanova věta o existenci nulového bodu funkce
- Metoda půlení intervalu
- Metoda prosté iterace
- Metoda regula falsi
- Newtonova metoda

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- Vysvětlí, co je kořen rovnice a proč kořeny hledáme numerickými metodami
- Popíše, jak lze lokalizovat kořen rovnice
- Formuluje základní metody pro hledání kořene rovnice: metodu půlení intervalu, metodu prosté iterace
- Zná podmínky konvergence metody prosté iterace
- Charakterizuje zpřesňující metody pro hledání kořene rovnice: metodu regula falsi, Newtonovu metodu
- Zná Fourierovy podmínky pro konvergenci Newtonovy metody
- Vysvětlí pojem řádu konvergence metody

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- Určí, zda má rovnice v daném intervalu kořen
- Použije metodu půlení intervalu pro nalezení aproximace kořene rovnice s danou přesností
- Nalezne kořen rovnice s danou přesností pomocí metody prosté iterace
- Pro danou rovnici dokáže použít různé metody pro hledání jejího kořene a umí nalézt potřebné hodnoty pro ověření konvergence příslušných metod

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- Přeformuluje danou úlohu tak, aby bylo možné použít metodu prosté iterace
- Je si vědom, jakým způsobem se může vyvíjet výpočet kořene rovnice pomocí metody prosté iterace (konvergence, divergence a zacyklení)
- Ověří podmínky konvergence metody prosté iterace a rozhodne, zda je možné použít metodu pro danou funkci a daný interval
- Aplikuje Fourierovy podmínky konvergence Newtonovy metody a rozhodne, zda je možné použít Newtonovu metodu pro danou úlohu
- Rozhodne, jaká metoda je vhodná pro daný konkrétní problém

Téma 3 : Algebraické rovnice: obsah nebo sylabus:

- Rozšiřující poznatky o vztazích mezi kořeny a koeficienty polynomu
- Odhady kořenů polynomu
- Diferenční rovnice a její charakteristická rovnice
- Obecné řešení diferenční rovnice
- Laguerrova metoda
- Bernoulliiova metoda.

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- Objasní vztahy mezi kořeny a koeficienty polynomu
- Popíše odhady kořenů polynomu
- Vysvětlí Laguerrovu metodu řešení algebraické rovnice
- Vysvětlí Bernoulliiovu metodu řešení algebraické rovnice
- Definuje pojem diferenční rovnice a popíše její charakteristickou rovnici
- Popíše obecné řešení diferenční rovnice

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- Vytvoří polynom s danou množinou kořenů, včetně jejich násobností
- Určí kořenovou násobnost daného čísla v daném polynomu
- Na základě znalosti některých kořenů rozloží polynom na součin polynomů nižšího stupně
- Určí odhady kořenů daného polynomu
- Pomocí Laguerrové metody najde kořen dané algebraické rovnice
- Pomocí Bernoulliiovy metody najde kořen dané algebraické rovnice
- Pro danou diferenční rovnici napíše její charakteristickou rovnici
- Vypočte obecné řešení dané diferenční rovnice

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- Je schopen při řešení algebraických rovnic použít vztahy mezi koeficienty daného polynomu a množinou kořenů tohoto polynomu, včetně jejich násobností
- Je schopen při řešení algebraických rovnic použít znalost některých kořenů daného polynomu a jejich násobností k rozkladu na součin polynomů nižšího stupně
- Je schopen použít odhady kořenů k řešení dané algebraické rovnice
- Je schopen použít Laguerrovu metodu k řešení dané algebraické rovnice
- Je schopen použít Bernoulliiovu metodu k řešení dané algebraické rovnice
- Pro daný problém sestaví příslušnou diferenční rovnici, najde její charakteristickou rovnici a vypočte obecné řešení

Téma 4: Přímé metody řešení soustav lineárních rovnic: obsah nebo sylabus:

- Gaussova eliminační metoda (GEM)
- Pivotace
- Zpětná iterace
- LU-rozklad matice
- Choleského metoda
- Podmíněnost matic
- Vliv zaokrouhlovacích chyb

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- Vysvětlí Gaussovu eliminační metodu řešení soustavy lineárních rovnic
- Objasní pojem pivotace při Gaussově metodě
- Popíše postup zpětné iterace při Gaussově metodě
- Definuje pojem LU-rozklad matice
- Vysvětlí Choleského metodu řešení soustavy lineárních rovnic
- Objasní pojem podmíněnost soustavy lineárních rovnic
- Popíše vliv zaokrouhlovacích chyb při řešení soustavy lineárních rovnic

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- Pomocí Gaussovy eliminační metody najde řešení dané soustavy lineárních rovnic
- Pomocí vhodné pivotace minimalizuje výpočetní chybu při Gaussově metodě
- Vypočte LU-rozklad dané matice
- Pomocí Choleského metody najde řešení dané soustavy lineárních rovnic
- Určí číslo podmíněnosti pro danou soustavu lineárních rovnic

Způsobivosti: po prostudování této kapitoly studující

- Je schopen použít Gaussovu eliminační metodu k řešení úloh vedoucích k soustavě lineárních rovnic
- Je schopen minimalizovat výpočetní chybu při Gaussově metodě pomocí vhodné pivotace
- Použije LU-rozklad matice k řešení množiny soustav lineárních rovnic se stejnou maticí koeficientů
- Použije Choleského metodu k řešení množiny soustav lineárních rovnic se stejnou maticí koeficientů
- Je schopen určit číslo podmíněnosti pro soustavu lineárních rovnic a interpretovat jeho význam v dané úloze

Téma 5: Iterační metody řešení soustav lineárních rovnic: obsah nebo sylabus:

- Normy matic a vektorů
- Jacobiova metoda
- Gauss-Seidelova metoda
- Podmínky konvergence

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- Popíše normy matic a vektorů
- Vysvětlí Jacobiovu iterační metodu řešení soustavy lineárních rovnic
- Vysvětlí Gauss-Seidelovu iterační metodu řešení soustavy lineárních rovnic
- Popíše podmínky konvergence iteračních metod řešení soustavy lineárních rovnic

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- Určí normu dané matice a daného vektoru
- Pomocí Jacobiovy metody najde řešení dané soustavy lineárních rovnic
- Pomocí Gauss-Seidelovy metody najde řešení dané soustavy lineárních rovnic
- Ověří podmínky konvergence zvolené iterační metody

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- Použije maticové a vektorové normy podle podmínek dané úlohy
- Je schopen použít Jacobiovu iterační metodu k řešení úloh vedoucích k soustavě lineárních rovnic
- Je schopen použít Gauss-Seidelovu iterační metodu k řešení úloh vedoucích k soustavě lineárních rovnic
- Podle zadání úlohy ověří podmínky konvergence zvolené iterační metody
- Podle zadání úlohy najde odhad přesnosti vypočteného řešení dané úlohy

Téma 6: Soustavy nelineárních rovnic: obsah nebo sylabus:

- Banachova věta o pevném bodě operátoru
- Metoda prosté iterace
- Newtonova metoda
- Gradientní metoda
- Podmínky konvergence

- Odhady přesnosti.

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- Vysvětlí Banachovu větu o pevném bodě operátoru
- Popíše metodu prosté iterace pro řešení soustavy nelineárních rovnic
- Vysvětlí Newtonovu metodu pro řešení soustavy nelineárních rovnic
- Vysvětlí gradientní metodu pro řešení soustavy nelineárních rovnic
- Popíše podmínky konvergence uvedených metod
- Popíše odhady přesnosti uvedených metod

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- Pomocí metody prosté iterace najde řešení dané soustavy nelineárních rovnic
- Pomocí Newtonovy metody najde řešení dané soustavy nelineárních rovnic
- Pomocí gradientní metody najde řešení dané soustavy nelineárních rovnic
- Ověří podmínky konvergence v dané úloze
- Vypočte odhad přesnosti v dané úloze

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- Je schopen použít metodu prosté iterace k řešení úloh vedoucích k soustavě nelineárních rovnic
- Je schopen použít Newtonovu metodu k řešení úloh vedoucích k soustavě nelineárních rovnic
- Je schopen použít gradientní metodu k řešení úloh vedoucích k soustavě nelineárních rovnic
- Podle zadání úlohy ověří podmínky konvergence zvolené metody
- Podle zadání úlohy najde odhad přesnosti vypočteného řešení dané úlohy

Téma 7: Interpolace reálné funkce, splajn: obsah nebo sylabus:

- Interpolace, uzly interpolace
- Interpolační podmínky
- Polynomická interpolace
- Vandermondův determinant
- Lagrangeova metoda
- Newtonova metoda
- Poměrné diference
- Chyba aproximace interpolačním polynomem
- Interpolační splajn

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- Formuluje pojem interpolace funkčních hodnot
- Vysvětlí, jak lze nalézt interpolační polynom pomocí soustavy rovnic a interpolačních podmínek
- Popíše Lagrangeovu metodu pro hledání interpolačního polynomu
- Popíše Newtonovu metodu pro hledání interpolačního polynomu
- Zná, jak nalézt chybu aproximace interpolačním polynomem
- Charakterizuje lineární interpolační splajn a přirozený kubický splajn

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- Sestaví soustavu rovnic pro koeficienty interpolačního polynomu a určí její řešení
- Použije Lagrangeovu metodu pro určení interpolačního polynomu
- Určí poměrné diference pro zadanou tabulku interpolačních podmínek
- Použije Newtonovu metodu pro určení interpolačního polynomu
- Určí lineární interpolační splajn
- Pro úlohy malého rozsahu určí kubický interpolační splajn

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- Formuluje nevýhody Lagrangeovy metody
- Formuluje nevýhody interpolace polynomu
- Zdůvodní, zda lze zvýšit přesnost aproximace interpolačním polynomem prostým přidáním uzlových bodů
- Vysvětlí přednosti interpolace pomocí splajnů

Téma 8: Aproximace reálné funkce: obsah nebo sylabus:

- Metoda nejmenších čtverců
- Aproximace přímkou (lineární funkcí),
- Aproximace polynomem vyššího stupně
- Ortogonální systém funkcí
- Fourierovy koeficienty
- Ortogonální polynomy

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- Vysvětlí metodu nejmenších čtverců

- Popíše postup při aproximaci reálné funkce přímkou (lineární funkcí),
- Popíše postup při aproximaci reálné funkce polynomem vyššího stupně
- Charakterizuje ortogonální systém funkcí
- Popíše Fourierovy koeficienty ortogonálního systému funkcí
- Popíše postup při konstrukci ortogonálních polynomů

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- Metodou nejmenších čtverců najde aproximaci dané reálné funkce přímkou
- Transformací na lineární případ najde aproximaci dané reálné funkce dvouparametrickou nelineární (hyperbolickou nebo exponenciální) funkcí
- Metodou nejmenších čtverců najde aproximaci reálné funkce polynomem stupně 2 nebo 3
- Ověří, zda daný systém funkcí je ortogonální a určí jeho Fourierovy koeficienty
- Pro danou úlohu sestrojí systém ortogonálních polynomů

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- Je schopen podle potřeb řešené úlohy aproximovat danou reálnou funkci přímkou
- Je schopen podle potřeb řešené úlohy aproximovat danou reálnou funkci dvouparametrickou nelineární funkcí
- Je schopen podle potřeb řešené úlohy aproximovat danou reálnou funkci polynomem vyššího stupně
- Je schopen podle potřeb řešené úlohy určit, zda daný systém funkcí je ortogonální a vypočítá jeho Fourierovy koeficienty
- Je schopen podle potřeb řešené úlohy sestřit systém ortogonálních polynomů

Téma 9: Numerická integrace: obsah nebo sylabus:

- Numerická integrace, formulace úlohy
- Lineární metody integrace
- Simpsonovo pravidlo
- Splajnová integrace
- Odhady přesnosti

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- Charakterizuje numerickou integraci
- Podá formulaci úlohy o numerické integraci
- Vysvětlí základní lineární metody integrace
- Vysvětlí postup při numerickém integrování pomocí Simpsonova pravidla

- Vysvětlí postup při splajnové integraci
- Popíše odhady přesnosti uvedených metod

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- Pomocí obdélníkové metody vypočte integrál dané reálné funkce
- Pomocí lichoběžníkové metody vypočte integrál dané reálné funkce
- Vypočte integrál dané reálné funkce pomocí Simpsonova pravidla
- Vypočte integrál dané reálné funkce metodou splajnové integrace
- Určí odhad přesnosti výpočtu integrálu dané funkce podle zvolené metody

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- Je schopen použít obdélníkovou metodu k řešení úloh vedoucích k výpočtu integrálu reálné funkce
- Je schopen použít lichoběžníkovou metodu k řešení úloh vedoucích k výpočtu integrálu reálné funkce
- Je schopen použít Simpsonovu metodu k řešení úloh vedoucích k výpočtu integrálu reálné funkce
- Je schopen použít metodou splajnové integrace k řešení úloh vedoucích k výpočtu integrálu reálné funkce
- Podle zadání úlohy najde odhad přesnosti vypočteného řešení dané úlohy

Téma: Numerické řešení obyčejné diferenciální rovnice: obsah nebo sylabus:

- Formulace počáteční úlohy
- Jednokrokové metody
- Metody typu Runge-Kutta
- Lineární vícekrokové metody
- Podmínky konvergence
- Odhady přesnosti
- Soustavy obyčejných diferenciálních rovnic
- Obyčejná diferenciální rovnice vyššího řádu

Výstupy ze studia, Learning Outcomes:

Znalosti: po prostudování této kapitoly studující

- Podá formulaci počáteční úlohy pro obyčejnou diferenciální rovnici
- Vysvětlí základní jednokrokové metody pro řešení počáteční úlohy
- Vysvětlí postup při řešení počáteční úlohy Runge-Kuttovou metodou
- Vysvětlí postup při vícekrokových metodách
- Charakterizuje metodu extrapolace
- Charakterizuje metodu interpolace

- Charakterizuje metodu prediktor-korektor
- Popíše podmínky a rychlost konvergence jednotlivých metod
- Popíše odhady přesnosti
- Vysvětlí postup při řešení soustavy obyčejných diferenciálních rovnic
- Vysvětlí postup při řešení obyčejné diferenciální rovnice vyššího řádu

Dovednosti: po prostudování této kapitoly studující

- Podá formulaci počáteční úlohy pro obyčejnou diferenciální rovnici
- Najde řešení počáteční úlohy pro danou diferenciální rovnici pomocí některé základní jednokrokové metody
- Najde řešení počáteční úlohy pro danou diferenciální rovnici pomocí Runge-Kuttovy metody druhého nebo třetího řádu
- Najde řešení počáteční úlohy pro danou diferenciální rovnici pomocí metody více krokové extrapolace
- Najde řešení počáteční úlohy pro danou diferenciální rovnici pomocí metody více krokové interpolace
- Najde řešení počáteční úlohy pro danou diferenciální rovnici pomocí metody prediktor-korektor
- Ověří splnění podmínek pro konvergenci zvolené metody
- Najde odhad přesnosti vypočteného řešení
- Najde řešení dané soustavy obyčejných diferenciálních rovnic
- Najde řešení dané obyčejné diferenciální rovnice vyššího řádu

Způsobilosti: po prostudování této kapitoly studující

- Je schopen použít Runge-Kuttovu metodu druhého nebo třetího řádu k řešení úloh vedoucích k počáteční úloze pro obyčejnou diferenciální rovnici
- Je schopen použít více krokovou metodu prediktor-korektor k řešení úloh vedoucích k počáteční úloze pro obyčejnou diferenciální rovnici
- Je schopen použít Runge-Kuttovu metodu k řešení úloh vedoucích k počáteční úloze pro soustavu obyčejných diferenciálních rovnic
- Je schopen použít Runge-Kuttovu metodu k řešení úloh vedoucích k počáteční úloze pro obyčejnou diferenciální rovnici vyššího řádu
- Podle zadání úlohy ověří podmínky konvergence zvolené metody
- Podle zadání úlohy najde odhad přesnosti vypočteného řešení dané úlohy

Ekonomická statistika (EKST)

RNDr. Josef Dolejš Ph.D. , 14. 7. 2011, revize říjen 2012

Předmět: Ekonomická statistika

Obsah nebo sylabus:

Téma 1: Statistické srovnávání ukazatel, údaj, index, absolutní rozdíl index proměnlivého složení:

- Extenzitní a intenzitní ukazatelé, stejnorodost
- Index, absolutní rozdíl, bazické a řetězové indexy
- Jednoduché individuální indexy a rozdíly
- Hodnocení kvality použitého indexu
- Složené individuální (stejnorodé) indexy a rozdíly
- Rozklad indexu ceny na index stálého složení a stálé struktury

Téma 2: Statistické srovnávání, souhrnné indexy první a druhé generace

- Souhrnné indexy a rozdíly
- Nestejnorodost
- První generace souhrnných indexů
- Druhá generace souhrnných indexů, Laspeyresův index, Paascheho index
- Agregátní tvar Laspeyresova a Paascheho indexu
- Souhrnné cenové indexy
- Souhrnné indexy množství
- Rozklad souhrnného indexu tržby na souhrnný index cen a souhrnný index prodeje

Téma 3: Statistické srovnávání, souhrnné indexy třetí generace, hodnocení kvality indexu

- Indexy třetí generace, Fisherův, Edgeworthův-Marschallův, Montgomeryho index
- Hodnocení kvality použitého indexu
- Indexy a rozdíly jako nástroj analýzy
- Metoda postupných změn
- Logaritmická metoda

Téma 3: Inflace a cenové indexy

- Inflace
- Míry inflace
- Cenové indexy
- Eurostat a index spotřebitelských cen

Téma 4: Rozdělení příjmu obyvatelstva

- Průřezové analýzy
- Analýza pomocí indexů
- Popis příjmové diferenciaci v populaci
- Životní minimum a hranice chudoby
- Popis distribuce příjmů parametrickými modely

Téma 5: Demografie, první část

- Přehled demografických oborů
- Prameny demografických dat, evidence přirozené měny
- Databáze na internetu, statistická ročenka, obyvatelstvo
- Zdroje Eurostat a CSU, jejich použití
- Vybrané demografické ukazatele
- Věková pyramida (věkový strom)

Téma 6: Demografie, druhá část

- Opakování základních vztahů teorie pravděpodobnosti
- Čas v demografické analýze, Lexisův diagram, soubor událostí, soubor průsečíků
- Vybrané demografické ukazatele počítané ze zemřelých
- Střední délka života ve věku x , úmrtnost
- Databáze dostupné na internetu, extrakce dat z Eurostatu a výpočty

Téma 7: Časové řady-první část

- Dělení časových řad
- Intervalová časová řada –dlouhodobá
- Okamžiková časová řada
- Krátkodobá časová řada
- Intervalové a okamžikové časové řady
- Chronologický průměr
- Klouzavé průměry a exponenciální vyrovnávání
- Popis sezónní složky